INTRODUCCION A LA TEORIA DE LOS SISTEMAS DINAMICOS ABSTRACTOS Y A LA TEORIA DE LOS SISTEMAS DINAMICOS SIMBOLICOS: UNA REVOLUCION EN MARCHA (1)

ANDRES SICARD RAMIREZ

SINTESIS

El cuestionamiento permanentemente del hombre acerca del conocimiento ha provocado el surgimiento de nuevas teorías, que inducen al estudio de nuevas alternativas de métodos y representaciones del conocimiento, todo lo cual permite atacar los problemas cognoscitivos desde otras perspectivas. La teoría de los Sistemas Dinámicos Abstractos (SDA's) y la teoría de los Sistemas Dinámicos Simbólicos (SDS's) son un punto de confluencia de las matemáticas, la estadística, la teoría de información, la teoría ergódica, el álgebra lineal, la topología, la teoría de grupos, la teoría de lenguajes, la teoría de autómatas y la teoría de la medida, combinando conceptos y métodos que se aplican a cada uno de los elementos que componen los SDA's y los SDS's. Su aplicabilidad radica en el hecho de que es posible afirmar que la teoría de los SDA's y la teoría de los SDS's pueden servir de base o aportar sus resultados a ciencias y teorías que interactúan con información de tipo simbólico y secuencia para lograr representaciones más "formales" de los objetos que estudian.

ENFOQUE EPISTEMOLOGICO

El siglo XX ha sido el lugar de grandes revoluciones y transformaciones en todos los órdenes. Pero, si alguna revolución o transformación ha modificado profundamente los cimientos de la sociedad, es precisamente la ***Revolución Informática,*** reflejada en una amplia gama de aplicaciones de las cuales casi todos los individuos estamos "contaminados" ya sea directa o indirectamente.

En el contexto de la revolución informática, las ciencias han revolucionado y se han perfeccionado sus métodos. Uno de los aportes de esta revolución ha sido el dar origen a nuevas teorías, ciencias y conceptos que están enmarcados dentro de la línea de informática teórica como lo son: autómatas, reconocedores, máquinas, lenguajes, ergodicidad, etc., se logra con esto formalizar, cada vez de una manera más adecuada, los objetos que son objetivo de estudio por parte de la informática.

Pero el aporte más trascendental ha sido el regreso a las cuestiones fundamentales planteadas por el

---

ANDRES SICARD RAMIREZ. Ingeniero de sistemas. Universidad EAFIT. Profesor departamento de Ciencias Básicas, universidad EAFIT.
E-mail: asicard @sigma.eafit.edu.co.

(1) Este artículo es una presentación alterna de la monografía realizada junto con mi compañera Angela María Muñoz Gaviria y nuestro asesor el profesor Raúl Gómez M., para optar al título de Ingeniero de Sistemas de la Universidad EAFIT.

hombre, desde tiempos pretéritos, acerca del conocimiento, la forma como lo adquirimos, el lenguaje, el funcionamiento del cerebro y la mente, estudiados desde el punto de vista de la teoría informática.

La Revolución Informática ha transformado los cimientos de la sociedad.

A pesar de que los estudios mencionados anteriormente han arrojado grandes resultados, no han logrado responder satisfactoriamente a las cuestiones fundamentales, lo que induce a que nuevas ramas de investigación computacional nazcan, apoyadas en las matemáticas puras, dado su alto poder de generalización y formalización. Al interior de estas ramas se encuentran la teoría de los SDA's y la teoría de los SDS's.

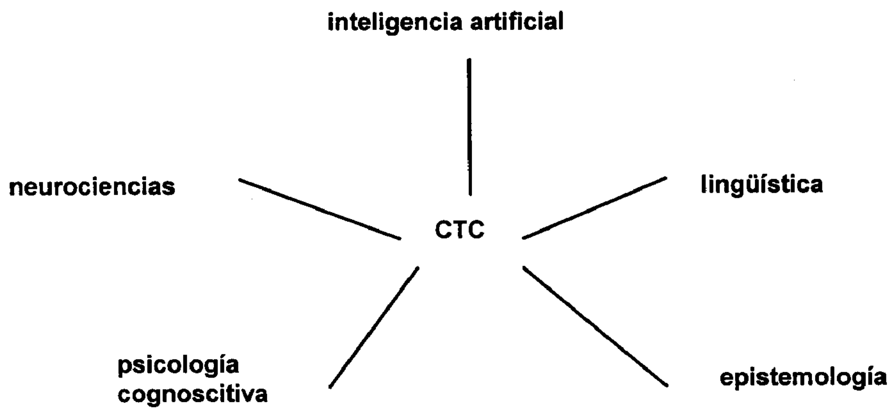
Analizando un poco más en detalle el desarrollo del estudio acerca de la cognición, se puede afirmar que la revolución más importante está surgiendo. Se trata de una nueva concepción sobre la cognición, el aprendizaje, la enseñanza, problemas que han sido asumidos por el conjunto de las ciencias y tecnologías de la cognición (CTC). Teniendo presente que existe un problema epistemológico con respecto a la relación sujeto-objeto desde el punto de vista cognoscitivo (2), se hace necesario replantear los métodos (la forma como observamos) y representaciones del conocimiento, de los sistemas de conocimiento actuales. Para que el lector se forme una idea de tal situación, se presenta en la **Figura No. 1** el panorama general de las CTC, que son el marco epistemológico de todos los saberes que tengan que ver con las revoluciones informáticas en su dimensión teórico-práctica; de ellas forman parte las teorías de los SDA's y de los SDS's.

Una vez definido el marco conceptual y problemático, se puede pasar a describir en palabras los elementos fundamentales que componen este artículo: SDS's, teoría ergódica, sistemas compactos, SDS's, ***subshift*** de tipo finito y reconocedores, buscando responder a la pregunta ¿Qué son y qué estudian las teorías de los SDA's y SDS's?

INTRODUCCION A LA TEORIA DE LOS SISTEMAS DINAMICOS ABSTRACTOS

El objeto del estudio de la teoría de los SDA's es formalizar y conocer estructuras y comportamientos de fenómenos o experimentos sometidos a procesos de transformación o dinámicos, de tal forma que el espacio se pueda describir a partir de conjuntos medibles del espacio, considerándolos como posibles estados locales evolutivos y predecibles, que permitan en un momento dado estudiar el estado general del sistema.

FIGURA No. 1
PRINCIPALES DISCIPLINAS DE LAS CTC (3)



(2) Consultar [5], para una discusión amplia de este problema.

(3) Fuente: [5]

La teoría de los SDA's intenta caracterizar y describir la naturaleza de la transformación que regula la dinámica del sistema, teniendo en cuenta la invarianza de las configuraciones locales de tal forma que se puedan extender las medidas y determinar aspectos de orden cualitativo y cuantitativo del comportamiento general del sistema, para lo cual es de gran importancia la cantidad de información (entropía) (4) contenida en él.

Un SDA es una 4-tupla <X, β, μ, T> donde:

- <X, β, μ > es un espacio de probabilidad, en la cual X es el espacio muestral, β la familia de subconjuntos de X que son medibles bajo μ y μ una función de probabilidad.

- T definida como $T: X \rightarrow X$ es una transformación medible. T es medible si $T^{-1}(B) \in \beta$ para todo $B \in \beta$, donde $T^{-1}(B) = \{x \in X / T(x) \in B\}$. Además, T tiene la propiedad de preservar a μ, lo que quiere decir que $T\mu(B) = \mu(B)$, donde $T\mu(B) = \mu(T^{-1}(B))$; esta medida se conoce como la medida de μ inducida por T .

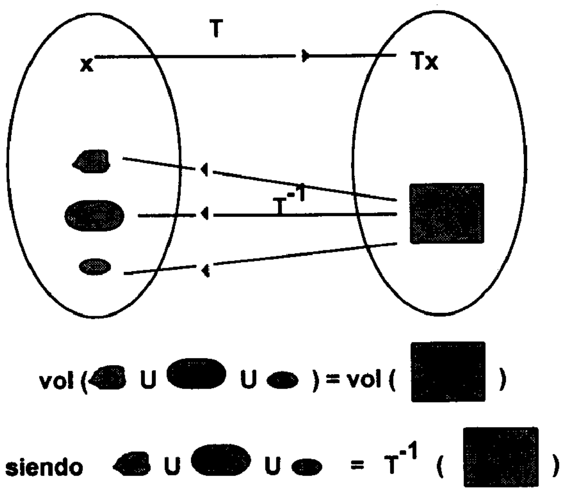
Dicho en otras palabras, un SDA es una acción de una transformación que preserva un elemento con una medida asociada. Gráficamente:

La teoría ergódica es una confluencia de la teoría de sistemas, matemáticas puras e informática teórica, que tiene como objetivo formalizar la descripción del comportamiento de algunos sistemas con características especiales. El carácter ergódico de un sistema consiste en la homogeneidad estadística que presenta dicho sistema, haciendo posible analizar, estudiar y predecir su comportamiento. Si el sistema en cuestión no es ergódico sería imposible, hasta la fecha, aplicar herramientas de formalización que permitieran el estudio de su evolución.

Está surgiendo una nueva concepción sobre la cognición, el aprendizaje y la enseñanza.

Dentro de los SDA's, existen algunos con la característica particular de presentar un comportamiento ergódico y una entropía (cantidad de información) finita y medible aportada por el sistema. Un elemento esencial de esta teoría está dado por los isomorfismos entre los SDA's, que constituyen una clase de sistemas por tipo de isomorfismo, y de manera muy prioritaria la teoría establece criterios de tipo ergódico y estadístico para identificar qué sistemas se pueden codificar en un espacio de secuencias de símbolos finito, con transformaciones (de tipo

FIGURA No. 2
SISTEMA DINAMICO ABSTRACTO (5)



(4) Para una ampliación del concepto de entropía, ver [13].

(5) Fuente: [2], documento No.1, página 1.

shift), con la condición necesaria que la entropía sea de tipo finito. Esto esta enunciado formalmente por el siguiente teorema:

Teorema de Krigger

Sea <X, β, μ, T> un SDA con entropía finita y además, T-ergódica, T invertible; entonces existe un alfabeto finito I y μ' medida de probabilidad T'-invariante en I^Z tal que: <X, β, μ, T > y (I^Z, β, μ, T') son isomorfos.

Donde:

* I^Z es el conjunto de sucesiones bi-infinitas del alfabeto I.

* β' es el conjunto de conjuntos medibles en I^Z bajo la medida μ', llamados cilindros (concepto heredado de la teoría ergódica).

* T' es la función de transformación ***shift*** que ejecuta un corrimiento de los elementos de las sucesiones bi-infinitas pertenecientes a I^Z.

La teoría de los SDA's intenta caracterizar y describir la naturaleza de las transformaciones que regula la dinámica del sistema, con base en la invarianza de las configuraciones locales.

Gráficamente el teorema de Krigger enuncia lo siguiente:

FIGURA No. 3
SDA's ISOMORFOS

$$\begin{tikzcd} X \arrow[r, "T"] \arrow[d, "\phi"'] & X \arrow[d, "\phi"] \\ I^Z \arrow[r, "T'"] & I^Z \end{tikzcd}$$

Donde f: X $\rightarrow$ I^Z es una función biyectiva.

INTRODUCCION A LA TEORIA DE LOS SISTEMAS DINAMICOS SIMBOLICOS

Dentro de los múltiples sistemas estudiados por la topología (rama de la matemática que estudia las propiedades invariantes de un sistema) están los sistemas compactos. Estos sistemas tienen la propiedad de permitir realizar procesos de tipo finito en la descripción de los elementos que lo conforman.

En este contexto se hace necesario definir algunos conceptos utilizados en el área de Topología, para una adecuada comprensión de los componentes de un SDS.

* **Topología para un conjunto**

Sea X un conjunto no vacío y Γ una colección de subconjuntos de X. La colección Γ se llama una topología para X si satisface las siguientes condiciones:

* El conjunto vacío y el conjunto X son elementos de Γ.
* La unión enumerable de subconjuntos de X pertenece a Γ.
* La intersección finita de elementos de X pertenece a Γ.

* **Espacio topológico**

Si Γ es una topología para un conjunto X, entonces la pareja <X, Γ>, se denomina espacio topológico.

* **Métrica para un conjunto**

Sea X un conjunto no vacío, una función *d* definida así: *d:* X $\rightarrow \Re$ es una métrica o función de distancia *d* para todo a, b, c $\in$ X si cumple los siguientes axiomas:

d (a,b) > = 0, *d* (a,a) = 0.
d (a,b) = *d* (b,a) Simetría.
d (a,c) < = *d* (a,b) + *d* (b,c) desigualdad triangular.

Espacio métrico

Si <X, Γ> es un espacio topológico inducido por la métrica *d*; entonces al par formado por el conjunto X y la topología Γ se le denomina espacio métrico y se denota por < X, *d* > o bien por < X, Γ>. O sea, un espacio métrico es un espacio topológico cuya topología ha sido inducida por una métrica.

Conjunto compacto

Un subconjunto A de un espacio topológico X es compacto si todo recubrimiento [(6)] de A es reducible a un recubrimiento finito.

Uno de los grandes problemas presentados en el estudio de la cognición está basado en las limitaciones con respecto a representación, almacenamiento, descripción y manipulación, de la realidad infinita en que coexistimos. En este contexto es donde se ve la importancia del resultado expuesto por el teorema de Krigger y las propiedades de los sistemas compactos. Todo esto cobra mayor importancia en el campo de la informática, donde es necesario que los objetos de estudio tengan la propiedad de ser computables.

Como una subclase de los SDA's se presentan los SDS's, que tienen la propiedad de ser ergódicos y compactos. Una de las característica necesarias para poder estudiar un sistema, es que sea posible representarlo como un conjunto de secuencias de símbolos y de esta forma hacerlo informatizable, es decir, que pueda estar asociado a la teoría de la información, (computación simbólica, autómatas, reconocedores, decidibilidad, máquinas de Turing, lenguajes, complejidad computacional, etc.). Es importante anotar que las secuencias de símbolos pueden verse como "historias" donde se encuentra registrada la evolución del sistema, y permiten conocer su estado ***a-priori o a-posteriori.***

$<X, T>$ es un sistema dinámico compacto si X es un espacio métrico compacto y $T: X \rightarrow X$ es una función continua.

Sea $I = \{0,1\}$, es posible demostrar que I^Z es un espacio métrico compacto con una función de distancia *d* conocida como distancia de Bernoulli. Además, $\sigma: I^Z \rightarrow I^Z$ es continua y la inversa σ^{-1} también es continua, siendo σ la transformación ***shift*** enunciada anteriormente. Luego $<I^Z, \sigma>$ es un sistema dinámico compacto.

Sea $S \in I^Z$ tal que S es invariante, es decir $\sigma^{-1}(S) = S$. Luego $\sigma: S \rightarrow S$ es una biyección continua. Si S es cerrado en I^Z, **a la pareja $<S, \sigma>$ se le denomina: Sistema Dinámico Simbólico.**

———

(6) Ver definición de recubrimiento en [3] página 73.

Dentro de los SDS's y teniendo presente las limitaciones de finitud antes expuestas, surgen los sub-***shift*** de tipo finito, que aunque suene contradictorio, son SDS's a los que no pertenecen un número finito de elementos.

Se plantea el problema del reconocimiento, teniendo como objetivo las secuencias de símbolos que son generadas por los SDS's. A partir de éstas, es posible hablar del lenguaje generado por el SDS, para encontrarse con algunos de los problemas planteados por la teoría de lenguajes:

* Problema del análisis:
  ¿Qué lenguajes son reconocidos por un autómata dado?

* Problema de síntesis:
  ¿Qué autómatas son reconocedores para un lenguaje dado?

En este punto, es importante mencionar que algunas subclases de los sub-***shift*** de tipo finito generan lenguajes con una taxonomía especial (lenguajes factoriales), que hace posible que sean reconocidos por un clase de autómatas de tipo finito (autómatas de Fischer), para solucionar un caso particular del problema de síntesis, con la consideración, una vez más, del problema de la infinitud involucrado en el estudio de la cognición.

Dentro de los SDA's, existen algunos con la característica particular de presentar un comportamiento ergódico y una entropía finita y medible aportada por el sistema.

IMPORTANCIA DE LA TEORIA DE LOS SDA's Y DE LA TEORIA DE LOS SDS's

Con el surgimiento cada vez más acelerado de nuevas tendencias y tecnologías informáticas (programación orientada por objetos, sistemas concurrentes, lenguajes de cuarta generación, bases de datos semánticas, multimedia, etc.) y por la necesidad impuesta por un "snobismo" tecnológico de estar constantemente actualizado, se ha descuidado notablemente, por buena parte de las personas que manipulan la actualidad informática, el aspecto teórico y formal de la misma.

La importancia de una teoría formal está sustentada en la capacidad para establecer criterios de veracidad científica, sobre los resultados arrojados por la teoría, basados en la construcción axiomática de la misma, para otorgarle a la teoría el carácter de ser consistente. Este poder de la formalización se proyecta directamente a los objetos y fenómenos que se estudian a la luz de la teoría. El estudio de cualquier fenómeno mediante la formalización, requiere bases teóricas sólidas que soporten las descripciones y comportamientos del objeto de estudio, siendo la formalización una nueva alternativa para el estudio de diferentes fenómenos.

> Uno de los grandes problemas presentados en el estudio de la cognición está basado en las limitaciones con respecto a representación, almacenamiento, descripción y manipulación, de la realidad infinita en que coexistimos.

Es precisamente este aspecto de formalización el que permite adquirir estructuras mentales adecuadas, para realizar procesos de creación, interpretación, y, por qué no, destrucción, en el campo científico.

CONCLUSIONES

Para un país tecnológicamente subdesarrollado y escaso en recursos para la investigación como Colombia, una de las estrategias recomendable por seguir es tener investigadores teóricos en las áreas de avanzada esperando que esto induzca resultados en el campo práctico a mediano y largo plazo (se da por supuesto que se producirán resultados en el campo teórico). Realizar este proceso por lo general no es costoso, dado que se requiere buena información bibliográfica y mucho estudio, siendo hoy por hoy muy viable teniendo a la mano recursos como ***Internet.***

Por otro lado, el hombre siempre ha sentido la necesidad de encontrar el porqué de las cosas, no está satisfecho con ser un observador pasivo de la realidad que lo rodea, y es esta característica de cuestionamiento y autocuestionamiento la que lo diferencia del resto de los seres vivos. Extrapolando esta idea al campo tecnológico, es difícil pensar en sentirse satisfecho de utilizar y "comprender" los paradigmas y desarrollos de frontera, sin comprender el marco teórico y formal en el cual están contenidos.

La pregunta que surge entonces es la siguiente: ¿Es necesario entonces que todas las personas involucradas en el campo de la informática conozcan al detalle el marco teórico de cualquier innovación tecnológica, para poder utilizarla correctamente? La respuesta es no. Es necesario mantener la balanza entre quienes se mueven exclusivamente en la teoría y quienes lo hacen en la práctica, esperando que aparezcan los individuos con la característica excepcional de desempeñarse bien en ambos lados de la balanza y servir de puente entre ellos.

OTRO PUNTO DE VISTA

Aunque el lente utilizado para mirar los SDA's y los SDS's en el presente artículo es la informática, existe otro lente, que por lo menos en la actualidad tiene mayor potencia en lo que se refiere a utilizar los SDA's y los SDS's, este es: La teoría del caos. En dicha teoría reciben el nombre de sistemas dinámicos, clasificándose en deterministas y caóticos de acuerdo con su comportamiento, y en discretos y continuos, de acuerdo con su naturaleza. Debido al creciente interés que existe en el estudio del caos, dado su gran potencial para comprender el comportamiento de sistemas mucho más complejos que los comprendidos hasta ahora (por medio de la física determinista tradicional), se ha decidido por parte del autor dejar para un futuro artículo, la descripción de los SDA's y SDS's utilizando como punto de vista la teoría del caos.

BIBLIOGRAFIA

* **Sistemas dinámicos abstractos y sistemas dinámicos simbólicos**

[1] CARCAMO CARCAMO, Ulises. Teoría de los sistemas dinámicos simbólicos y el problema de la decidibilidad. Medellín, 1994. Tesis (Posgrado en Matemáticas). Universidad EAFIT. Departamento de Ciencias Básicas. (Al momento de elaborar este artículo esta tesis está en preparación).

[2] MARTINEZ, Servert. Centro Internacional de Física. II taller internacional sobre redes neurales y autómatas 2°: 1989 : Santafé de Bogotá. Sistemas Dinámicos Simbólicos (Documentos No. 1 y No. 2).

[3] SICARD, Andrés y MUÑOZ, Angela. Introducción a la teoría de los sistemas dinámicos simbólicos. Monografía para optar el título de Ingeniero de Sistemas. Universidad EAFIT. 1994.

* **Teoría de lenguajes y/o teoría de autómatas**

[4] FERNANDEZ, Gregorio y SAEZ VACAS, Fernando. Fundamentos de informática. 3 ed. Madrid: Alianza Editorial, 1987. p. 191 - 234, 255 - 276

[5] LOPEZ ORTIZ, León y GOMEZ MARIN, Raúl. Matemáticas básicas para la informática, Volumen II. 1 ed. Medellín: Universidad EAFIT, 1993. p. 194 - 219

* **Teoría de la cognición**

[6] VARELA, Francisco J. Conocer. 1 ed. Barcelona: Gedisa, 1990. p. 120

* **Teoría de la medida**

[7] CRAMER, Harald. Métodos matemáticos de estadística. 1 ed. Madrid: Aguilar, 1970.. p. 3 - 38

[8] LOEVE, M. Probability Theory. 4 ed. California : Board, 1977. v.1.p.3 - 7, 55 - 102, 149 - 172

[9] RUDIN. Principios de análisis matemático. 2 ed. México : McGraw Hill, 1978. p. 239 - 270

[10] PROVOROV YU, V y ROZANOV YU, A. Probability Theory. 1 ed. New York: Springer-Verlay, 1969. p. 56 - 80, 99 - 118, 203 - 223

* **Teoría de la información y teoría ergódica**

[11] ABRAMSON, Norman. Information Theory and Coding. 1a. ed. New York: McGraw-Hill, 1970. p. 11 -44

[12] HYBÄRINEN, L.P. Information Theory for System Engineers. 1 ed. Berlín:Springer-Verlag, 1970. p. 9 - 19, 99 - 109

[13] JAGJIT, Singh. Teoría de la información del lenguaje y de la cibernética. 1 ed. Madrid: Alianza Editorial, 1979. p. 24 - 40, 86 - 96

[14] KHINCHIN, A.I.. Matemathical Foundations of Information Theory. 1 ed. New York : Institute of Mathematical Sciences, 1968. p. 44-58

(15) ROSENBLATT, Murray. Graduate Text in Mathematics Random Processes. 1 ed. Berkeley: California University, 1974. p. 100 - 112

* **Topología**

[16] KURATOWSKI, K. Introducción a la teoría de conjuntos y a la topología. 2 ed. Barcelona: Vicens-Vives, 1973. p.94-94, 106-111, 148-150

[17] LIPSCHUTZ, Seymour. Topología general. 1 ed. Temple, Estados Unidos : McGraw Hill, 1970. p. 47 - 65, 66 - 86, 151 - 166

* **Teoría del caos**

Rañada, F. Antonio. Movimiento caótico. Investigación y Ciencia. Marzo. 1986. p. 12-23.