CM0260 Lógica
Lógica proposicional: Semántica

Andrés Sicard Ramírez

Universidad EAFIT

Semestre 2015-2

Definiciones iniciales

Definición (Proposición o enunciado)

Una oración verdadera o falsa (diferente a las preguntas, órdenes y exclamaciones).

Definiciones iniciales

Definición (Proposición o enunciado)

Una oración verdadera o falsa (diferente a las preguntas, órdenes y exclamaciones).

Definición (Argumento)

Conjunto finito de proposiciones de las cuales se afirma que hay una, denominada la conclusión, que se sigue de las demás, denominadas las premisas, considerando éstas como fundamento de la verdad de la conclusión.

Definiciones iniciales

Definición (Argumento deductivo)

Un argumento donde las premisas proveen un fundamento absolutamente concluyente para la verdad de su conclusión.

$$\begin{array}{l} P_1 \\ \vdots \\ P_n \\ \therefore\ C \end{array}$$

Definiciones iniciales

Verdad y validez

Una proposición puede ser falsa o verdadera. Un argumento puede ser válido o inválido.

El problema central de la Lógica

«El lógico responde a la pregunta: ¿Se sigue la conclusión de las premisas que se han supuesto? Si afirmar la verdad de las premisas constituye una verdadera garantía para afirmar la verdad de la conclusión entonces el argumento es válido, de lo contrario es inválido. La distinción entre un argumento válido y uno inválido es el problema central con el que trata la lógica.» [Sierra A. 2010, pág. 3]

Verdad y validez

Argumentos válidos		
	Conclusión verdadera	Conclusión falsa
Premisas verdaderas	[1] [Todos los números naturales son números enteros], [2] [todos los números enteros son números racionales]. Por lo tanto, [3] [todos los números naturales son números racionales].	Imposible
Premisas falsas	[1] [Todos los presidentes son depredadores], [2] [todos los depredadores son humanos]. Por lo que, [3] [Todos los presidentes son humanos].	[1] [Algunos caballos vuelan], [2] [todo el que vuela es un gran empresario]. Luego, [3] [algunos caballos son grandes empresarios].

Fuente: [Sierra A. 2010, pág. 66]

Verdad y validez

Argumentos inválidos		
	Conclusión verdadera	Conclusión falsa
Premisas verdaderas	[1] [Cuando el sol agote su combustible entonces no irradiará calor]. [2] [el sol no agotó su combustible]. Por lo tanto, [3] [el sol irradia calor].	[1] [Cuando el sol agote su combustible entonces no irradiará calor], [2] [el sol irradia calor]. Por lo tanto, [3] [él sol agotó su combustible].
Premisas falsas	[1] [Todos los presidentes son depredadores], [2] [todos los depredadores son humanos]. Por lo que, [3] [algunos depredadores no son presidentes].	[1] [Todos los presidentes son depredadores], [2] [todos los depredadores son humanos]. Por lo que, [3] [algunos presidentes no son humanos].

Fuente: [Sierra A. 2010, pág. 65]

Representación simbólica

Motivación

Lenguaje natural vs lenguaje simbólico artificial

Representación simbólica

Motivación

Lenguaje natural vs lenguaje simbólico artificial

Definición (Enunciado simple y compuesto)

«Un enunciado simple es uno que no contiene ningún otro enunciado como parte componente, mientras que todo enunciado compuesto contiene otro enunciado como componente.» [Copi 2001, pág. 23]

Representación simbólica

Motivación

Lenguaje natural vs lenguaje simbólico artificial

Definición (Enunciado simple y compuesto)

«Un enunciado simple es uno que no contiene ningún otro enunciado como parte componente, mientras que todo enunciado compuesto contiene otro enunciado como componente.» [Copi 2001, pág. 23]

Definición (Enunciado veritativo-funcional)

Su valor de verdad depende completamente del valor de verdad de sus enunciados componentes.

Representación simbólica

Lógica bivalente

Cada enunciado simple toma exactamente uno de dos valores de verdad: verdadero o falso.

Representación simbólica

Lógica bivalente

Cada enunciado simple toma exactamente uno de dos valores de verdad: verdadero o falso.

Representación de enunciados simples

Los enunciados simples se representan por letras mayúsculas.

Representación simbólica

Lógica bivalente

Cada enunciado simple toma exactamente uno de dos valores de verdad: verdadero o falso.

Representación de enunciados simples

Los enunciados simples se representan por letras mayúsculas.

Ejemplo

H: `Haskell` es un lenguaje de programación
P: 2 es un número irracional

Conectivas lógicas: Conjunción

Ejemplo

Enunciado compuesto: Las rosas son rojas y las violetas son azules.

R: Las rosas son rojas
V: Las violetas son azules

El enunciado compuesto es representado por $R \wedge V$.

Conectivas lógicas: Conjunción

Ejemplo

Enunciado compuesto: Las rosas son rojas y las violetas son azules.

R: Las rosas son rojas
V: Las violetas son azules

El enunciado compuesto es representado por $R \wedge V$.

Notación: Los textos [Copi 2001] y [Hurley y Watson 2016], y LogicCoach 11 usan el símbolo «$\cdot$» en lugar del símbolo «$\wedge$».

Conectivas lógicas: Conjunción

Variables proposicionales

Las letras $p, q, r, \ldots$ representan variables proposicionales.

Conectivas lógicas: Conjunción

Variables proposicionales

Las letras $p, q, r, \ldots$ representan variables proposicionales.

Las conectivas lógicas son veritativo-funcionales

$\boldsymbol{T}$: Verdadero

$\boldsymbol{F}$: Falso

Conectivas lógicas: Conjunción

Variables proposicionales

Las letras $p, q, r, \ldots$ representan variables proposicionales.

Las conectivas lógicas son veritativo-funcionales

$\boldsymbol{T}$: Verdadero
$\boldsymbol{F}$: Falso

Tabla de verdad para la conjunción

p	q	$p \wedge q$
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$

La proposición $p \wedge q$ es verdadera cuando tanto p como q son verdaderas y falsa en cualquier otro caso.

Conectivas lógicas: Negación

Ejemplo

Enunciado compuesto: Hoy no es Viernes.

V: Hoy es Viernes

El enunciado compuesto es representado por $\sim V$.

Conectivas lógicas: Negación

Ejemplo

Enunciado compuesto: Hoy no es Viernes.

V: Hoy es Viernes

El enunciado compuesto es representado por $\sim V$.

Tabla de verdad para la negación

p	$\sim p$
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$

Conectivas lógicas: Disyunción inclusiva

Ejemplo

Enunciado compuesto: `Prolog` es un lenguaje de programación o `Emacs` es un editor.

P: `Prolog` es un lenguaje de programación

E: `Emacs` es un editor

El enunciado compuesto es representado por $P \vee E$.

Conectivas lógicas: Disyunción inclusiva

Tabla de verdad para la disyunción inclusiva

p	q	$p \vee q$
T	***T***	***T***
T	***F***	***T***
F	***T***	***T***
F	***F***	***F***

La proposición $p \vee q$ es falsa cuando tanto p como q son falsas y verdadera en cualquier otro caso.

Conectivas lógicas: Condicional (implicación material)

Ejemplo

Enunciado compuesto: Si hoy hace sol entonces iremos a la playa.

S: Hoy hace sol
P: Iremos a la playa

El enunciado compuesto es representado por $S \supset P$.

Conectivas lógicas: Condicional

Ejemplo

Enunciado compuesto: Si hoy es Viernes entonces 2+3=5.

V: Hoy es Viernes
A: $2+3 = 5$

El enunciado compuesto es representado por $V \supset A$.

Conectivas lógicas: Condicional

Tabla de verdad para el condicional

p	q	$p \supset q$
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$

La proposición $p \supset q$ es falsa cuando p es verdadera y q es falsa y verdadera en cualquier otro caso. Las proposiciones p y q son llamadas el antecedente y el consecuente, respectivamente.

Conectivas lógicas: Bicondicional (equivalencia material)

Ejemplo

Enunciado compuesto: Él será presidente si y solo si él gana las elecciones presidenciales

P: Él será presidente
G: Él gana las elecciones presidenciales

El enunciado compuesto es representado por $P \equiv G$.

Conectivas lógicas: Bicondicional

Ejemplo

Enunciado compuesto: La Luna es un planeta si y solo si 2+3=6.

L: La Luna es un planeta
A: $2+3 = 6$

El enunciado compuesto es representado por $L \equiv A$.

Conectivas lógicas: Bicondicional

Tabla de verdad para el bicondicional

p	q	$p \equiv q$
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$

La proposición $p \equiv q$ es verdadera cuando p y q tienen los mismos valores de verdad y falsa en los otros casos.

Conectivas lógicas: Disyunción exclusiva

Ejemplo

Enunciado compuesto: El menú incluye té o café.

T: El menú incluye té
C: El menú incluye café

El enunciado compuesto es representado por $(T \vee C) \wedge \sim(T \wedge C)$.

Conectivas lógicas: Disyunción exclusiva

Ejemplo

Enunciado compuesto: El menú incluye té o café.

T: El menú incluye té
C: El menú incluye café

El enunciado compuesto es representado por $(T \vee C) \wedge \sim(T \wedge C)$.

La proposición $(p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$ es verdadera cuando exactamente una de las proposiciones p y q es verdadera y es falsa en cualquier otro caso.

Conectivas lógicas: Disyunción exclusiva

Ejemplo

Las Naciones Unidas se fortalecerán o habrá una tercera guerra mundial.

¿Qué clase de disyunción emplea el enunciado anterior?

Puntuación

Usaremos paréntesis para eliminar la ambigüedad en las expresiones lógicas.

Puntuación

Usaremos paréntesis para eliminar la ambigüedad en las expresiones lógicas.

Ejemplo

$p \wedge q \vee r$ es ambiguo y $p \wedge (q \vee r)$ es diferente a $(p \wedge q) \vee r$.

Puntuación

Usaremos paréntesis para eliminar la ambigüedad en las expresiones lógicas.

Ejemplo

$p \wedge q \vee r$ es ambiguo y $p \wedge (q \vee r)$ es diferente a $(p \wedge q) \vee r$.

Convención

La negación se aplicará a la componente más pequeña permitida por la puntuación.

Ejemplo

$\sim p \vee q$ significa $(\sim p) \vee q$.

Tablas de verdad de enunciados compuestos

Ejemplos

- $\sim(p \wedge \sim q)$ (condicional)
- $(p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$ (disyunción exclusiva)
- $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$ (teorema de De Morgan)

Ejemplo (Copi [2001], ejercicio I.17, pág. 29)

Si A y B son enunciados verdaderos y X y Y son enunciados falsos, determine si el siguiente enunciado compuesto es verdadero o falso:

$$[\,A \wedge (X \vee Y)\,] \vee {\sim}[\,(A \wedge X) \vee (A \wedge Y)\,].$$

Tablas de verdad de enunciados compuestos

Ejemplo (Copi [2001], ejercicio I.17, pág. 29)

Si A y B son enunciados verdaderos y X y Y son enunciados falsos, determine si el siguiente enunciado compuesto es verdadero o falso:

$$[\,A \wedge (X \vee Y)\,] \vee \sim[\,(A \wedge X) \vee (A \wedge Y)\,].$$

Solución

Proposiciones:

A	X	Y
T	***F***	***F***

1er disyunto:

$X \vee Y$	$A \wedge (X \vee Y)$
F	***F***

2do disyunto:

$A \wedge X$	$A \wedge Y$	$(A \wedge X) \vee (A \wedge Y)$	$\sim[\,(A \wedge X) \vee (A \wedge Y)\,]$
F	***F***	***F***	***T***

El enunciado:

$[\,A \wedge (X \vee Y)\,] \vee \sim[\,(A \wedge X) \vee (A \wedge Y)\,]$
V

Representación de enunciados

- Conjunción: Además de la «y», palabras tales como «además», «también», «pero», entre otras, pueden simbolizar una conjunción.

Representación de enunciados

- Conjunción: Además de la «y», palabras tales como «además», «también», «pero», entre otras, pueden simbolizar una conjunción.
- Énfasis para una disyunción exclusiva: «pero no ambas»

Representación de enunciados

- Conjunción: Además de la «y», palabras tales como «además», «también», «pero», entre otras, pueden simbolizar una conjunción.
- Énfasis para una disyunción exclusiva: «pero no ambas»
- Convención: La «o» simbolizará una disyunción inclusiva (excepto cuando se emplee «pero no ambas»).

Representación de enunciados

- Conjunción: Además de la «y», palabras tales como «además», «también», «pero», entre otras, pueden simbolizar una conjunción.
- Énfasis para una disyunción exclusiva: «pero no ambas»
- Convención: La «o» simbolizará una disyunción inclusiva (excepto cuando se emplee «pero no ambas»).
- Negación de una disyunción: «... ni... ni...»

Representación de enunciados

- Conjunción: Además de la «y», palabras tales como «además», «también», «pero», entre otras, pueden simbolizar una conjunción.
- Énfasis para una disyunción exclusiva: «pero no ambas»
- Convención: La «o» simbolizará una disyunción inclusiva (excepto cuando se emplee «pero no ambas»).
- Negación de una disyunción: «... ni... ni...»

  Alicia o Beatriz serán elegidas: $A \vee B$

Representación de enunciados

- Conjunción: Además de la «y», palabras tales como «además», «también», «pero», entre otras, pueden simbolizar una conjunción.
- Énfasis para una disyunción exclusiva: «pero no ambas»
- Convención: La «o» simbolizará una disyunción inclusiva (excepto cuando se emplee «pero no ambas»).
- Negación de una disyunción: «... ni... ni...»

  Alicia o Beatriz serán elegidas: $A \vee B$
  Ni Alicia ni Beatriz serán elegidas: $\sim(A \vee B)$ o $\sim A \wedge \sim B$

Representación de enunciados

- Conjunción: Además de la «y», palabras tales como «además», «también», «pero», entre otras, pueden simbolizar una conjunción.
- Énfasis para una disyunción exclusiva: «pero no ambas»
- Convención: La «o» simbolizará una disyunción inclusiva (excepto cuando se emplee «pero no ambas»).
- Negación de una disyunción: «... ni... ni...»

  Alicia o Beatriz serán elegidas: $A \vee B$
  Ni Alicia ni Beatriz serán elegidas: $\sim(A \vee B)$ o $\sim A \wedge \sim B$
- «Ambos», «no»:

Representación de enunciados

- Conjunción: Además de la «y», palabras tales como «además», «también», «pero», entre otras, pueden simbolizar una conjunción.
- Énfasis para una disyunción exclusiva: «pero no ambas»
- Convención: La «o» simbolizará una disyunción inclusiva (excepto cuando se emplee «pero no ambas»).
- Negación de una disyunción: «... ni... ni...»

  Alicia o Beatriz serán elegidas: $A \vee B$
  Ni Alicia ni Beatriz serán elegidas: $\sim(A \vee B)$ o $\sim A \wedge \sim B$

- «Ambos», «no»:

  Alicia y Beatriz no serán ambas elegidas: $\sim(A \wedge B)$

Representación de enunciados

- Conjunción: Además de la «y», palabras tales como «además», «también», «pero», entre otras, pueden simbolizar una conjunción.
- Énfasis para una disyunción exclusiva: «pero no ambas»
- Convención: La «o» simbolizará una disyunción inclusiva (excepto cuando se emplee «pero no ambas»).
- Negación de una disyunción: «... ni... ni...»

  Alicia o Beatriz serán elegidas: $A \vee B$
  Ni Alicia ni Beatriz serán elegidas: $\sim(A \vee B)$ o $\sim A \wedge \sim B$

- «Ambos», «no»:

  Alicia y Beatriz no serán ambas elegidas: $\sim(A \wedge B)$
  Alicia y Beatriz ambas no serán elegidas: $\sim A \wedge \sim B$

Representación de enunciados

- Conjunción: Además de la «y», palabras tales como «además», «también», «pero», entre otras, pueden simbolizar una conjunción.
- Énfasis para una disyunción exclusiva: «pero no ambas»
- Convención: La «o» simbolizará una disyunción inclusiva (excepto cuando se emplee «pero no ambas»).
- Negación de una disyunción: «... ni... ni...»

  Alicia o Beatriz serán elegidas: $A \vee B$
  Ni Alicia ni Beatriz serán elegidas: $\sim(A \vee B)$ o $\sim A \wedge \sim B$

- «Ambos», «no»:

  Alicia y Beatriz no serán ambas elegidas: $\sim(A \wedge B)$
  Alicia y Beatriz ambas no serán elegidas: $\sim A \wedge \sim B$

- «A menos que» puede usarse para expresar la disyunción de dos enunciados.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.2, pág. 30)

Dados los siguientes enunciados simples:

A: Atlanta gana el campeonato de su división
B: Baltimore gana el campeonato de su división
C: Chicago gana el Supertazón
D: Dallas gana el Supertazón

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Atlanta gana el campeonato de su división y o Baltimore gana el campeonato de su división o Dallas no gana el Supertazón.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.2, pág. 30)

Dados los siguientes enunciados simples:

A: Atlanta gana el campeonato de su división
B: Baltimore gana el campeonato de su división
C: Chicago gana el Supertazón
D: Dallas gana el Supertazón

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Atlanta gana el campeonato de su división y o Baltimore gana el campeonato de su división o Dallas no gana el Supertazón.

Representación: $A \wedge (B \vee \sim D)$

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.2, pág. 30)

Dados los siguientes enunciados simples:

A: Atlanta gana el campeonato de su división
B: Baltimore gana el campeonato de su división
C: Chicago gana el Supertazón
D: Dallas gana el Supertazón

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Atlanta gana el campeonato de su división y o Baltimore gana el campeonato de su división o Dallas no gana el Supertazón.

Representación: $A \wedge (B \vee \sim D)$

Observación: Un error común en la representación del enunciado compuesto «Dallas no gana el Supertazón» es reemplazar el enunciado D por este enunciado.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.4, pág. 30)

Dados los siguientes enunciados simples:

A: Atlanta gana el campeonato de su división
B: Baltimore gana el campeonato de su división
C: Chicago gana el Supertazón
D: Dallas gana el Supertazón

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

O Atlanta o Baltimore ganará el campeonato de su división, pero ni Chicago ni Dallas ganarán el Supertazón.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.4, pág. 30)

Dados los siguientes enunciados simples:

A: Atlanta gana el campeonato de su división
B: Baltimore gana el campeonato de su división
C: Chicago gana el Supertazón
D: Dallas gana el Supertazón

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

O Atlanta o Baltimore ganará el campeonato de su división, pero ni Chicago ni Dallas ganarán el Supertazón.

Representación: $(A \vee B) \wedge (\sim C \wedge \sim D)$

Representación de enunciados

Condicional: Además de «si p entonces q» este condicional se puede representar por:

- si p, q

Representación de enunciados

Condicional: Además de «si p entonces q» este condicional se puede representar por:

- si p, q
- q si p

Representación de enunciados

Condicional: Además de «si p entonces q» este condicional se puede representar por:

- si p, q
- q si p
- p solo si q

Representación de enunciados

Condicional: Además de «si p entonces q» este condicional se puede representar por:

- si p, q
- q si p
- p solo si q
- p es una condición suficiente para q
- q es una condición necesaria para p

Representación de enunciados

Bicondicional: p si y solo si q expresa

i) p si q, y

ii) p solo si q.

Representación de enunciados

Bicondicional: p si y solo si q expresa

i) p si q, y

ii) p solo si q.

Es decir, $p \equiv q$ puede expresarse como $\underbrace{(p \supset q)}_{ii)} \wedge \underbrace{(q \supset p)}_{i)}$.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.2, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Amherst gana su primer juego si o Colgate gana su primer juego o Dartmouth gana su primer juego.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.2, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Amherst gana su primer juego si o Colgate gana su primer juego o Dartmouth gana su primer juego.

Representación: $(C \vee D) \supset A$

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.5*, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Si Amherst no gana su primer juego, entonces no es el caso que o Colgate o Dartmouth gana su primer juego.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.5*, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Si Amherst no gana su primer juego, entonces no es el caso que o Colgate o Dartmouth gana su primer juego.

Representación: $\sim A \supset \sim(C \vee D)$

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.6, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Si no es el caso que ambos Amherst y Colgate ganan su primer juego entonces ambos Colgate y Dartmouth ganan su primer juego.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.6, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Si no es el caso que ambos Amherst y Colgate ganan su primer juego entonces ambos Colgate y Dartmouth ganan su primer juego.

Representación: $\sim(A \wedge C) \supset (C \wedge D)$

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.7, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Si Amherst gana su primer juego, entonces no es verdad que ambos Colgate y Dartmouth ganan su primer juego.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.7, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Si Amherst gana su primer juego, entonces no es verdad que ambos Colgate y Dartmouth ganan su primer juego.

Representación: $A \supset \sim(C \land D)$

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.8, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Si Amherst no gana su primer juego entonces ambos Colgate y Dartmouth no ganan su primer juego.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.8, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Si Amherst no gana su primer juego entonces ambos Colgate y Dartmouth no ganan su primer juego.

Representación: $\sim A \supset (\sim C \wedge \sim D)$

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.9, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

O Amherst gana su primer juego y Colgate no gana su primer juego o si Colgate gana su primer juego, entonces Dartmouth no gana su primer juego.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.9, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

O Amherst gana su primer juego y Colgate no gana su primer juego o si Colgate gana su primer juego, entonces Dartmouth no gana su primer juego.

Representación: $(A \wedge \sim C) \vee (C \supset \sim D)$

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.10*, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Si Amherst gana su primer juego, entonces Colgate no gana su primer juego, pero si Colgate no gana su primer juego, entonces Dartmouth gana su primer juego.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.10*, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Si Amherst gana su primer juego, entonces Colgate no gana su primer juego, pero si Colgate no gana su primer juego, entonces Dartmouth gana su primer juego.

Representación: $(A \supset \sim C) \wedge (\sim C \supset D)$

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.12, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

O Amherst y Colgate ganan su primer juego o no es el caso que si Colgate gana su primer juego, entonces Darmouth gana su primer juego.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.12, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

O Amherst y Colgate ganan su primer juego o no es el caso que si Colgate gana su primer juego, entonces Darmouth gana su primer juego.

Representación: $(A \wedge C) \vee \sim(C \supset D)$

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.13, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Amherst gana su primer juego solo si o Colgate o Darmouth gana su primer juego.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.13, pág. 34)

Dados los sugientes enunciados simples:

A: Amherst gana su primer juego
C: Colgate gana su primer juego
D: Dartmouth gana su primer juego

Simbolizar el siguiente enunciado compuesto:

Amherst gana su primer juego solo si o Colgate o Darmouth gana su primer juego.

Representación: $A \supset (C \vee D)$

Tautologías, contradicciones y contingencias

Una forma sentencial que:

- solo tiene instancias de sustitución verdaderas se llama una tautología,
- solo tiene instancias de sustitución falsas se llama una contradicción,
- no es ni una tautología ni una contradicción se llama una contingencia.

Tautologías, contradicciones y contingencias

Ejemplos

- Tautología

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$

Tautologías, contradicciones y contingencias

Ejemplos

- Tautología

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$

- Contradicción

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$

Tautologías, contradicciones y contingencias

Ejemplos (continuación)

- Contingencia

p	q	$p \supset q$	$q \supset p$	$(p \supset q) \equiv (q \supset p)$
T	***T***	***T***	***T***	***T***
T	***F***	***F***	***T***	***F***
F	***T***	***T***	***F***	***F***
F	***F***	***T***	***T***	***T***

Tautologías, contradicciones y contingencias

Ejemplos (continuación)

- Contingencia

p	q	$p \supset q$	$q \supset p$	$(p \supset q) \equiv (q \supset p)$
T	***T***	***T***	***T***	***T***
T	***F***	***F***	***T***	***F***
F	***T***	***T***	***F***	***F***
F	***F***	***T***	***T***	***T***

Pregunta

Pregunta ¿Un enunciado simple es una contingencia?

Formas argumentales

Ejemplo

Las Naciones Unidas serán reforzadas o habrá una tercera guerra mundial. Las Naciones Unidas no serán reforzadas. Luego habrá una tercera guerra mundial.

R: Las Naciones Unidas serán reforzadas
T: Habrá una tercera guerra mundial

Formas argumentales

Ejemplo

Las Naciones Unidas serán reforzadas o habrá una tercera guerra mundial. Las Naciones Unidas no serán reforzadas. Luego habrá una tercera guerra mundial.

R: Las Naciones Unidas serán reforzadas
T: Habrá una tercera guerra mundial

Representación del argumento

1 $\quad R \vee T$

2 $\quad \sim R \quad / \therefore \; T$

Formas argumentales

Ejemplo

Las Naciones Unidas serán reforzadas o habrá una tercera guerra mundial. Las Naciones Unidas no serán reforzadas. Luego habrá una tercera guerra mundial.

R: Las Naciones Unidas serán reforzadas
T: Habrá una tercera guerra mundial

Representación del argumento

1	$R \vee T$
2	$\sim R \quad / \therefore \; T$

Forma argumental asociada

1	$p \vee q$
2	$\sim p \quad / \therefore \; q$

Representación de argumentos

- Proposiciones: Se emplea el punto seguido (.) para separar las proposiciones (simples o compuestas) de un argumento.

Representación de argumentos

- Proposiciones: Se emplea el punto seguido (.) para separar las proposiciones (simples o compuestas) de un argumento.
- Conclusión: La conclusión se puede identificar como aquella proposición (simple o compuesta) que aparece después de palabras tales como «luego» o «por lo tanto», entre otras.

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.3, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Alicia es elegida presidenta del grupo, entonces Bety es elegida vicepresidenta y Carolina es elegida tesorera. Bety no es elegida vicepresidenta. Por lo tanto, Alicia no es elegida presidenta del grupo.

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.3, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Alicia es elegida presidenta del grupo, entonces Bety es elegida vicepresidenta y Carolina es elegida tesorera. Bety no es elegida vicepresidenta. Por lo tanto, Alicia no es elegida presidenta del grupo.

Representación de los enunciados simples

A: Alicia es elegida presidenta del grupo
B: Bety es elegida vicepresidenta
C: Carolina es elegida tesorera

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.3, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Alicia es elegida presidenta del grupo, entonces Bety es elegida vicepresidenta y Carolina es elegida tesorera. Bety no es elegida vicepresidenta. Por lo tanto, Alicia no es elegida presidenta del grupo.

Representación de los enunciados simples

A: Alicia es elegida presidenta del grupo
B: Bety es elegida vicepresidenta
C: Carolina es elegida tesorera

Representación del argumento

1	$A \supset (B \wedge C)$
2	$\sim B \quad / \therefore \sim A$

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.5*, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las flores no se abren en julio. Por lo tanto, si las semillas se siembran en abril, entonces el catálogo de semillas es correcto.

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.5*, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las flores no se abren en julio. Por lo tanto, si las semillas se siembran en abril, entonces el catálogo de semillas es correcto.

Representación de los enunciados simples

C: El catálogo de semillas es correcto
S: Las semillas se siembran en abril
F: Las flores se abren en julio

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.5*, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las flores no se abren en julio. Por lo tanto, si las semillas se siembran en abril, entonces el catálogo de semillas es correcto.

Representación de los enunciados simples

C: El catálogo de semillas es correcto
S: Las semillas se siembran en abril
F: Las flores se abren en julio

Representación del argumento

1	$C \supset (S \supset F)$	
2	$\sim F$	$/ \therefore\ S \supset C$

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.6, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las flores se abren en julio. Por lo tanto, si el catálogo de semillas es correcto, entonces las semillas se siembran en abril.

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.6, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las flores se abren en julio. Por lo tanto, si el catálogo de semillas es correcto, entonces las semillas se siembran en abril.

Representación de los enunciados simples

C: El catálogo de semillas es correcto
S: Las semillas se siembran en abril
F: Las flores se abren en julio

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.6, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las flores se abren en julio. Por lo tanto, si el catálogo de semillas es correcto, entonces las semillas se siembran en abril.

Representación de los enunciados simples

C: El catálogo de semillas es correcto
S: Las semillas se siembran en abril
F: Las flores se abren en julio

Representación del argumento

1 $\quad C \supset (S \supset F)$

2 $\quad F \quad / \therefore \ C \supset S$

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.7, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las semillas se siembran en abril. Luego, si las flores no se abren en julio, entonces el catálogo de semillas no es correcto.

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.7, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las semillas se siembran en abril. Luego, si las flores no se abren en julio, entonces el catálogo de semillas no es correcto.

Representación de los enunciados simples

C: El catálogo de semillas es correcto
S: Las semillas se siembran en abril
F: Las flores se abren en julio

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.7, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las semillas se siembran en abril. Luego, si las flores no se abren en julio, entonces el catálogo de semillas no es correcto.

Representación de los enunciados simples

C: El catálogo de semillas es correcto
S: Las semillas se siembran en abril
F: Las flores se abren en julio

Representación del argumento

1	$C \supset (S \supset F)$
2	$S \quad / \therefore \ {\sim}F \supset {\sim}C$

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.8, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las plantas florecen en julio. Las plantas no florecen en julio. Luego, si las semillas no se siembran en abril, entonces el catálogo de semillas no es correcto.

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.8, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las plantas florecen en julio. Las plantas no florecen en julio. Luego, si las semillas no se siembran en abril, entonces el catálogo de semillas no es correcto.

Representación de los enunciados simples

C: El catálogo de semillas es correcto
S: Las semillas se siembran en abril
F: Las flores se abren en julio

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.8, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las plantas florecen en julio. Las plantas no florecen en julio. Luego, si las semillas no se siembran en abril, entonces el catálogo de semillas no es correcto.

Representación de los enunciados simples

C: El catálogo de semillas es correcto
S: Las semillas se siembran en abril
F: Las flores se abren en julio

Representación del argumento

1	$C \supset (S \supset P)$
2	$\sim P \quad / \therefore \ \sim S \supset \sim C$

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.9, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Eduardo gana el primer premio, entonces o Federico gana el segundo premio o Jorge queda decepcionado. O Eduardo gana el primer premio o Jorge queda decepcionado. Luego, Federico no gana el segundo premio.

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.9, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Eduardo gana el primer premio, entonces o Federico gana el segundo premio o Jorge queda decepcionado. O Eduardo gana el primer premio o Jorge queda decepcionado. Luego, Federico no gana el segundo premio.

Representación de los enunciados simples

E: Eduardo gana el primer premio
F: Federico gana el segundo premio
J: Jorge queda decepcionado

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.9, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Eduardo gana el primer premio, entonces o Federico gana el segundo premio o Jorge queda decepcionado. O Eduardo gana el primer premio o Jorge queda decepcionado. Luego, Federico no gana el segundo premio.

Representación de los enunciados simples

E: Eduardo gana el primer premio
F: Federico gana el segundo premio
J: Jorge queda decepcionado

Representación del argumento

1	$E \supset (F \vee J)$
2	$E \vee J \quad / \therefore\ {\sim}F$

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.10*, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Eduardo gana el primer premio, entonces o Federico gana el segundo premio o Jorge queda decepcionado. Federico no gana el segundo premio. Por tanto, si Jorge queda decepcionado, entonces Eduardo no gana el primer premio.

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.10*, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Eduardo gana el primer premio, entonces o Federico gana el segundo premio o Jorge queda decepcionado. Federico no gana el segundo premio. Por tanto, si Jorge queda decepcionado, entonces Eduardo no gana el primer premio.

Representación de los enunciados simples

E: Eduardo gana el primer premio
F: Federico gana el segundo premio
J: Jorge queda decepcionado

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.10*, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Eduardo gana el primer premio, entonces o Federico gana el segundo premio o Jorge queda decepcionado. Federico no gana el segundo premio. Por tanto, si Jorge queda decepcionado, entonces Eduardo no gana el primer premio.

Representación de los enunciados simples

E: Eduardo gana el primer premio
F: Federico gana el segundo premio
J: Jorge queda decepcionado

Representación del argumento

1	$E \supset (F \vee J)$
2	$\sim F \quad / \therefore\ J \supset \sim E$

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.11, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Eduardo gana el primer premio, entonces Federico gana el segundo premio, y si Federico gana el segundo premio, entonces Jorge queda decepcionado. O Federico no gana el segundo premio o Jorge queda decepcionado. Por tanto, Eduardo no gana el primer premio.

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.11, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Eduardo gana el primer premio, entonces Federico gana el segundo premio, y si Federico gana el segundo premio, entonces Jorge queda decepcionado. O Federico no gana el segundo premio o Jorge queda decepcionado. Por tanto, Eduardo no gana el primer premio.

Representación de los enunciados simples

E: Eduardo gana el primer premio
F: Federico gana el segundo premio
J: Jorge queda decepcionado

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.11, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Eduardo gana el primer premio, entonces Federico gana el segundo premio, y si Federico gana el segundo premio, entonces Jorge queda decepcionado. O Federico no gana el segundo premio o Jorge queda decepcionado. Por tanto, Eduardo no gana el primer premio.

Representación de los enunciados simples

E: Eduardo gana el primer premio
F: Federico gana el segundo premio
J: Jorge queda decepcionado

Representación del argumento

1	$(E \supset F) \wedge (F \supset J)$
2	$\sim F \vee J \quad / \therefore \ \sim E$

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.12, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Eduardo gana el primer premio, entonces Federico gana el segundo premio, y si Federico gana el segundo premio, entonces Jorge queda decepcionado. O Eduardo gana el primer premio o Federico no el segundo premio. Por lo tanto, o Federico no gana el segundo premio o Jorge no queda decepcionado.

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.12, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Eduardo gana el primer premio, entonces Federico gana el segundo premio, y si Federico gana el segundo premio, entonces Jorge queda decepcionado. O Eduardo gana el primer premio o Federico no el segundo premio. Por lo tanto, o Federico no gana el segundo premio o Jorge no queda decepcionado.

Representación de los enunciados simples

E: Eduardo gana el primer premio
F: Federico gana el segundo premio
J: Jorge queda decepcionado

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.12, pág. 42)

Representar simbólicamente el siguiente argumento:

Si Eduardo gana el primer premio, entonces Federico gana el segundo premio, y si Federico gana el segundo premio, entonces Jorge queda decepcionado. O Eduardo gana el primer premio o Federico no el segundo premio. Por lo tanto, o Federico no gana el segundo premio o Jorge no queda decepcionado.

Representación de los enunciados simples

E: Eduardo gana el primer premio
F: Federico gana el segundo premio
J: Jorge queda decepcionado

Representación del argumento

1 $(E \supset F) \wedge (F \supset J)$

2 $E \vee \sim F \quad / \therefore \ \sim F \vee \sim J$

Validez de argumentos y tablas de verdad

Criterio: Un argumento es válido si siempre que todas las premisas son verdaderas la conclusión es verdadera. De lo contrario, el argumento es inválido.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejemplo (Silogismo disyuntivo)

$$p \vee q$$

$$\sim p$$

$$\therefore\ q$$

p	q	$p \vee q$	$\sim p$	
T	***T***	***T***	***F***	✓
T	***F***	***T***	***F***	✓
F	***T***	***T***	***T***	✓
F	***F***	***F***	***T***	✓

Por lo tanto, la forma argumental es válida.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejemplo (*Modus Ponens*)

$$p \supset q$$

$$p$$

$$\therefore\ q$$

p	q	$p \supset q$	
T	***T***	***T***	✓
T	***F***	***F***	✓
F	***T***	***T***	✓
F	***F***	***T***	✓

Por lo tanto, la forma argumental es válida.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejemplo

$p \supset q$

q

$\therefore\ p$

p	q	$p \supset q$	
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	✓
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$	✓
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	✗
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	

Por lo tanto, la forma argumental es inválida.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejemplo (*Modus Tollens*)

$$p \supset q$$

$$\sim q$$

$$\therefore\ \sim p$$

p	q	$p \supset q$	$\sim q$	$\sim p$	
T	***T***	***T***	***F***	***F***	✓
T	***F***	***F***	***T***	***F***	✓
F	***T***	***T***	***F***	***T***	✓
F	***F***	***T***	***T***	***T***	✓

Por lo tanto, la forma argumental es válida.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejemplo (Silogismo hipotético)

$$p \supset q$$

$$q \supset r$$

$$\therefore\ p \supset r$$

p	q	r	$p \supset q$	$q \supset r$	$p \supset r$	
T	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
T	***T***	***F***	***T***	***F***	***F***	✓
T	***F***	***T***	***F***	***T***	***T***	✓
T	***F***	***F***	***F***	***T***	***F***	✓
F	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
F	***T***	***F***	***T***	***F***	***T***	✓
F	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
F	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	✓

Por lo tanto, la forma argumental es válida.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Argumento

P_1

P_2

$\therefore\ C$

Condicional asociado

$$(P_1 \wedge P_2) \supset C$$

Validez de argumentos y tablas de verdad

Argumento

P_1

P_2

$\therefore\ C$

Condicional asociado

$$(P_1 \wedge P_2) \supset C$$

Argumento	Condicional asociado
Válido	Tautología
Inválido	Contradicción o Contingencia

Validez de argumentos y tablas de verdad

Argumento

P_1

P_2

$\therefore\ C$

Condicional asociado

$$(P_1 \land P_2) \supset C$$

Argumento	Condicional asociado
Válido	Tautología
Inválido	Contradicción o Contingencia

Observación: Lo anterior se generaliza a un argumento con n premisas.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.14, pág. 41)

Utilizar tablas de verdad para determinar la validez o invalidez de la forma de argumento siguiente:

$$p \supset (q \supset r)$$

$$p \supset q$$

$$\therefore\ p \supset r$$

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.14, pág. 41)

Utilizar tablas de verdad para determinar la validez o invalidez de la forma de argumento siguiente:

$p \supset (q \supset r)$

$p \supset q$

$\therefore\ p \supset r$

p	q	r	$q \supset r$	$p \supset (q \supset r)$	$p \supset q$	$p \supset r$	
T	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
T	***T***	***F***	***F***	***F***	***T***	***F***	✓
T	***F***	***T***	***T***	***T***	***F***	***T***	✓
T	***F***	***F***	***T***	***T***	***F***	***F***	✓
F	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
F	***T***	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	✓
F	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
F	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓

La forma argumental es válida porque siempre que las premisas son verdaderas, la conclusión es verdadera.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.15*, pág. 41)

Utilizar tablas de verdad para determinar la validez o invalidez de la forma de argumento siguiente:

$$(p \supset q) \wedge (p \supset r)$$

$$p$$

$$\therefore\ q \vee r$$

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.15*, pág. 41)

Utilizar tablas de verdad para determinar la validez o invalidez de la forma de argumento siguiente:

$(p \supset q) \wedge (p \supset r)$

p

$\therefore\ q \vee r$

p	q	r	$p \supset q$	$p \supset r$	$(p \supset q) \wedge (p \supset r)$	$q \vee r$	
T	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
T	***T***	***F***	***T***	***F***	***F***	***T***	✓
T	***F***	***T***	***F***	***T***	***F***	***T***	✓
T	***F***	***F***	***F***	***F***	***F***	***F***	✓
F	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
F	***T***	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
F	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
F	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	***F***	✓

La forma argumental es válida porque siempre que las premisas son verdaderas, la conclusión es verdadera.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.16, pág. 41)

Utilizar tablas de verdad para determinar la validez o invalidez de la forma de argumento siguiente:

$$p \supset (q \vee r)$$

$$p \supset \sim q$$

$$\therefore\ p \vee r$$

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.16, pág. 41)

Utilizar tablas de verdad para determinar la validez o invalidez de la forma de argumento siguiente:

$p \supset (q \vee r)$

$p \supset \sim q$

$\therefore\ p \vee r$

p	q	r	$q \vee r$	$\sim q$	$p \supset (q \vee r)$	$p \supset \sim q$	$p \vee r$	
T	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	✓
T	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	✓
T	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	✓
T	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	✓
F	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	✓
F	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	✗
F	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	✓
F	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	✗

La forma argumental es inválida porque existe al menos una fila en la cual las premisas son verdaderas y la conclusión es falsa.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.19, pág. 41)

Utilizar tablas de verdad para determinar la validez o invalidez de la forma de argumento siguiente:

$$(p \vee q) \supset (p \wedge q)$$

$$p \wedge q$$

$$\therefore\ p \vee q$$

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.19, pág. 41)

Utilizar tablas de verdad para determinar la validez o invalidez de la forma de argumento siguiente:

$(p \vee q) \supset (p \wedge q)$

$p \wedge q$

$\therefore\ p \vee q$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \vee q) \supset (p \wedge q)$	
T	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
T	***F***	***F***	***T***	***F***	✓
F	***T***	***F***	***T***	***F***	✓
F	***F***	***F***	***F***	***T***	✓

La forma argumental es válida porque siempre que las premisas son verdaderas, la conclusión es verdadera.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.20, pág. 41)

Utilizar tablas de verdad para determinar la validez o invalidez de la forma de argumento siguiente:

$$p \vee (q \wedge \sim p)$$

$$p$$

$$\therefore \; \sim(q \wedge \sim p)$$

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.20, pág. 41)

Utilizar tablas de verdad para determinar la validez o invalidez de la forma de argumento siguiente:

$$p \vee (q \wedge {\sim}p)$$
$$p$$
$$\therefore\ {\sim}(q \wedge {\sim}p)$$

p	q	${\sim}p$	$q \wedge {\sim}p$	$p \vee (q \wedge {\sim}p)$	${\sim}(q \wedge {\sim}p)$	
T	***T***	***F***	***F***	***T***	***T***	✓
T	***F***	***F***	***F***	***T***	***T***	✓
F	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	✓
F	***F***	***F***	***F***	***F***	***T***	✓

La forma argumental es válida porque siempre que las premisas son verdaderas, la conclusión es verdadera.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.3, pág. 42)

Use tablas de verdad para determinar la validez o invalidez del siguiente argumento.

Si Alicia es elegida presidenta del grupo, entonces Bety es elegida vicepresidenta y Carolina es elegida tesorera. Bety no es elegida vicepresidenta. Por lo tanto, Alicia no es elegida presidenta del grupo. (A: Alicia es elegida presidenta del grupo. B: Bety es elegida vicepresidenta. C: Carolina es elegida tesorera)

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.3, pág. 42)

Use tablas de verdad para determinar la validez o invalidez del siguiente argumento.

Si Alicia es elegida presidenta del grupo, entonces Bety es elegida vicepresidenta y Carolina es elegida tesorera. Bety no es elegida vicepresidenta. Por lo tanto, Alicia no es elegida presidenta del grupo. (A: Alicia es elegida presidenta del grupo. B: Bety es elegida vicepresidenta. C: Carolina es elegida tesorera)

Representación del argumento:

1 $\quad A \supset (B \wedge C)$

2 $\quad \sim B \quad / \therefore \ \sim A$

Ejercicio (continuación)

Tabla de verdad asociada al argumento:

A	B	C	$B \wedge C$	$A \supset (B \wedge C)$	$\sim B$	$\sim A$	
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	✓
T	**T**	**F**	**F**	**F**	**F**	**F**	✓
T	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	✓
T	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	✓
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	✓
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**	✓
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**	✓
F	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	✓

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (continuación)

Tabla de verdad asociada al argumento:

A	B	C	$B \wedge C$	$A \supset (B \wedge C)$	$\sim B$	$\sim A$	
T	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	***F***	✓
T	***T***	***F***	***F***	***F***	***F***	***F***	✓
T	***F***	***T***	***F***	***F***	***T***	***F***	✓
T	***F***	***F***	***F***	***F***	***T***	***F***	✓
F	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	***T***	✓
F	***T***	***F***	***F***	***T***	***F***	***T***	✓
F	***F***	***T***	***F***	***T***	***T***	***T***	✓
F	***F***	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	✓

Conclusión: El argumento es válido!

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.6, pág. 42)

Use tablas de verdad para determinar la validez o invalidez del siguiente argumento.

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las flores se abren en julio. Por lo tanto, si el catálogo de semillas es correcto, entonces las semillas se siembran en abril. (C: El catálogo de semillas es correcto. S: Las semillas se siembran en abril. F: Las flores se abren en julio.)

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.6, pág. 42)

Use tablas de verdad para determinar la validez o invalidez del siguiente argumento.

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las flores se abren en julio. Por lo tanto, si el catálogo de semillas es correcto, entonces las semillas se siembran en abril. (C: El catálogo de semillas es correcto. S: Las semillas se siembran en abril. F: Las flores se abren en julio.)

Representación del argumento:

1 $\quad C \supset (S \supset F)$

2 $\quad F \quad / \therefore \; C \supset S$

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (continuación)

Tabla de verdad asociada al argumento:

C	S	F	$S \supset F$	$C \supset (S \supset F)$	$C \supset S$	
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	✓
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	✓
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	✗
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	
$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (continuación)

Tabla de verdad asociada al argumento:

C	S	F	$S \supset F$	$C \supset (S \supset F)$	$C \supset S$	
T	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
T	***T***	***F***	***F***	***F***	***T***	✓
T	***F***	***T***	***T***	***T***	***F***	✗
T	***F***	***F***	***T***	***T***	***F***	
F	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	
F	***T***	***F***	***F***	***T***	***T***	
F	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	
F	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	

Conclusión: El argumento es inválido!

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.7, pág. 42)

Use tablas de verdad para determinar la validez o invalidez del siguiente argumento.

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las semillas se siembran en abril. Luego, si las flores no se abren en julio, entonces el catálogo de semillas no es correcto. (C: El catálogo de semillas es correcto. S: Las semillas se siembran en abril. F: Las flores se abren en julio.)

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.7, pág. 42)

Use tablas de verdad para determinar la validez o invalidez del siguiente argumento.

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las flores se abren en julio. Las semillas se siembran en abril. Luego, si las flores no se abren en julio, entonces el catálogo de semillas no es correcto. (C: El catálogo de semillas es correcto. S: Las semillas se siembran en abril. F: Las flores se abren en julio.)

Representación del argumento:

1 $\quad C \supset (S \supset F)$

2 $\quad S \quad / \therefore\ {\sim}F \supset {\sim}C$

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (continuación)

Tabla de verdad asociada al argumento:

C	S	F	$S \supset F$	$C \supset (S \supset F)$	$\sim F$	$\sim C$	$\sim F \supset \sim C$	
T	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	***F***	***T***	✓
T	***T***	***F***	***F***	***F***	***T***	***F***	***F***	✓
T	***F***	***T***	***T***	***T***	***F***	***F***	***T***	✓
T	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	***F***	***F***	✓
F	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	***T***	***T***	✓
F	***T***	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓
F	***F***	***T***	***T***	***T***	***F***	***T***	***T***	✓
F	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	✓

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (continuación)

Tabla de verdad asociada al argumento:

C	S	F	$S \supset F$	$C \supset (S \supset F)$	$\sim F$	$\sim C$	$\sim F \supset \sim C$	
T	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	✓
T	**T**	**F**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	✓
T	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	**T**	✓
T	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**F**	✓
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	✓
F	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	✓
F	**F**	**T**	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	✓
F	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**	✓

Conclusión: El argumento es válido!

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.8, pág. 42)

Use tablas de verdad para determinar la validez o invalidez del siguiente argumento.

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las plantas florecen en julio. Las plantas no florecen en julio. Luego, si las semillas no se siembran en abril, entonces el catálogo de semillas no es correcto. (C: El catálogo de semillas es correcto. S: Las semillas se siembran en abril. F: Las flores se abren en julio.)

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.8, pág. 42)

Use tablas de verdad para determinar la validez o invalidez del siguiente argumento.

Si el catálogo de semillas es correcto, entonces si las semillas se siembran en abril, entonces las plantas florecen en julio. Las plantas no florecen en julio. Luego, si las semillas no se siembran en abril, entonces el catálogo de semillas no es correcto. (C: El catálogo de semillas es correcto. S: Las semillas se siembran en abril. F: Las flores se abren en julio.)

Representación del argumento:

1 $\quad C \supset (S \supset P)$

2 $\quad {\sim}P \quad / \therefore\ {\sim}S \supset {\sim}C$

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (continuación)

Tabla de verdad asociada al argumento:

C	S	P	$S \supset P$	$C \supset (S \supset P)$	$\sim P$	$\sim S$	$\sim C$	$\sim S \supset \sim C$	
T	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	***F***	***F***	***T***	✓
T	***T***	***F***	***F***	***F***	***T***	***F***	***F***	***T***	✓
T	***F***	***T***	***T***	***T***	***F***	***T***	***F***	***F***	✓
T	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	***F***	✗
F	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	***F***	***T***	***T***	
F	***T***	***F***	***F***	***T***	***T***	***F***	***T***	***T***	
F	***F***	***T***	***T***	***T***	***F***	***T***	***T***	***T***	
F	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	

Ejercicio (continuación)

Tabla de verdad asociada al argumento:

C	S	P	$S \supset P$	$C \supset (S \supset P)$	$\sim P$	$\sim S$	$\sim C$	$\sim S \supset \sim C$	
T	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	***F***	***F***	***T***	✓
T	***T***	***F***	***F***	***F***	***T***	***F***	***F***	***T***	✓
T	***F***	***T***	***T***	***T***	***F***	***T***	***F***	***F***	✓
T	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	***F***	✗
F	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	***F***	***T***	***T***	
F	***T***	***F***	***F***	***T***	***T***	***F***	***T***	***T***	
F	***F***	***T***	***T***	***T***	***F***	***T***	***T***	***T***	
F	***F***	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	

Conclusión: El argumento es inválido!

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.9, pág. 42)

Use tablas de verdad para determinar la validez o invalidez del siguiente argumento.

Si Eduardo gana el primer premio, entonces o Federico gana el segundo premio o Jorge queda decepcionado. O Eduardo gana el primer premio o Jorge queda decepcionado. Luego, Federico no gana el segundo premio.

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio III.9, pág. 42)

Use tablas de verdad para determinar la validez o invalidez del siguiente argumento.

Si Eduardo gana el primer premio, entonces o Federico gana el segundo premio o Jorge queda decepcionado. O Eduardo gana el primer premio o Jorge queda decepcionado. Luego, Federico no gana el segundo premio.

Representación de los enunciados simples

E: Eduardo gana el primer premio
F: Federico gana el segundo premio
J: Jorge queda decepcionado

Representación del argumento

1 $\quad E \supset (F \vee J)$

2 $\quad E \vee J \quad / \therefore\ {\sim}F$

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (continuación)

Tabla de verdad asociada al argumento:

E	F	J	$F \vee J$	$E \supset (F \vee J)$	$E \vee J$	$\sim F$	
T	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	✗
T	***T***	***F***	***T***	***T***	***T***	***F***	
T	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	
T	***F***	***F***	***F***	***F***	***T***	***T***	
F	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	
F	***T***	***F***	***T***	***T***	***F***	***F***	
F	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	
F	***F***	***F***	***F***	***T***	***F***	***T***	

Validez de argumentos y tablas de verdad

Ejercicio (continuación)

Tabla de verdad asociada al argumento:

E	F	J	$F \vee J$	$E \supset (F \vee J)$	$E \vee J$	$\sim F$	
T	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	✗
T	***T***	***F***	***T***	***T***	***T***	***F***	
T	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	
T	***F***	***F***	***F***	***F***	***T***	***T***	
F	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	***F***	
F	***T***	***F***	***T***	***T***	***F***	***F***	
F	***F***	***T***	***T***	***T***	***T***	***T***	
F	***F***	***F***	***F***	***T***	***F***	***T***	

Conclusión: El argumento es inválido!

Método alternativo para demostrar la invalidez de un argumento

Ejemplo

Demostrar la invalidez del argumento:

$$V \supset O$$

$$H \supset O$$

$$\therefore\ V \supset H$$

Método alternativo para demostrar la invalidez de un argumento

Ejemplo

Demostrar la invalidez del argumento:

$V \supset O$

$H \supset O$

$\therefore\ V \supset H$

V	O	H	$V \supset O$	$H \supset O$	$V \supset H$

Método alternativo para demostrar la invalidez de un argumento

Ejemplo

Demostrar la invalidez del argumento:

$V \supset O$

$H \supset O$

$\therefore\ V \supset H$

V	O	H	$V \supset O$	$H \supset O$	$V \supset H$
					$\boldsymbol{F}$

Método alternativo para demostrar la invalidez de un argumento

Ejemplo

Demostrar la invalidez del argumento:

$V \supset O$

$H \supset O$

$\therefore\ V \supset H$

V	O	H	$V \supset O$	$H \supset O$	$V \supset H$
			$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$

Método alternativo para demostrar la invalidez de un argumento

Ejemplo

Demostrar la invalidez del argumento:

$V \supset O$

$H \supset O$

$\therefore\ V \supset H$

V	O	H	$V \supset O$	$H \supset O$	$V \supset H$
$\boldsymbol{T}$		$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$

Método alternativo para demostrar la invalidez de un argumento

Ejemplo

Demostrar la invalidez del argumento:

$V \supset O$

$H \supset O$

$\therefore\ V \supset H$

V	O	H	$V \supset O$	$H \supset O$	$V \supset H$	
$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{F}$	✗

Referencias

- Copi, Irving M. [1954] (2001). Lógica Simbólica. 2.ª ed., 20.ª reimpresión. Título original «*Symbolic Logic*». Traducción por Andrés Sestier Boulier. Compañía Editorial Continental (vid. págs. 9-11, 15, 16, 37, 38, 49-53, 60-77, 88-114, 124-135, 138, 139, 142, 143, 146, 147, 150, 151).
- Hurley, Patrick J. y Watson, Lori [1972] (2016). A Concise Introduction to Logic. 13.ª ed. Cengage Learning (vid. págs. 15, 16).
- Sierra A., Manuel (2010). Argumentación Deductiva con Diagramas y Árboles de Forzamiento. Fondo Editorial Universidad EAFIT (vid. págs. 6-8).