CM0260 Lógica
La lógica de las relaciones

Andrés Sicard Ramírez

Universidad EAFIT

Semestre 2015-2

Contexto

Lógica de predicados (de primer orden)

- Predicados monádicos (atributos)
- Predicados poliádicos (relaciones)

Motivación

Deaño [1994] comienza la sección acerca de la lógica de las relaciones con el siguiente ejemplo [Deaño 1994, págs. 237–8]:

Ejemplo

«Soy detective privado y tengo mi licencia desde hace bastante tiempo. Soy un tipo solitario, no estoy casado, estoy entrando en la edad madura y no soy rico. He estado en la cárcel más de una vez y no me ocupo de divorcios. Me gusta la bebida, las mujeres (...) y algunas otras cosas. No soy muy del agrado de los polizontes (...). Soy hijo natural, mis padres han muerto, no tengo hermanos ni hermanas, y si alguna vez llegan a dejarme tieso en una callejuela oscura (...), nadie, ni hombre ni mujer, sentirá que ha desaparecido el motivo y fundamento de su vida.» [Raymon Chandler (1972). El largo adiós. Versión castellana de J. A. Lara. Barral Editores, pág. 114.]

Motivación

Ejemplo (continuación)

Dicho de otro modo: $Da \wedge Ta \wedge Sa \wedge \sim(\forall x)Cax \wedge Ea \wedge \sim Ra \wedge E'a \wedge (\forall x)(D'x \supset \sim Oax) \wedge (\exists x)(\exists y)(\exists z)(\exists w)(Bx \wedge My \wedge \sim Bz \wedge \sim Mz \wedge \sim Bw \wedge \sim Mw \wedge Gxa \wedge Gya \wedge Gza \wedge Gwa) \wedge (\forall x)(Px \supset \sim Aax) \wedge (\forall x)(\forall y)[(Pxa \wedge Mya) \supset \sim Cxy \wedge M'x \wedge M'y] \wedge \sim(\exists x) \sim(\exists y)[Hx \wedge My \wedge (Hxa \vee Hya)] \wedge (\exists x)(T'xa \supset \sim(\exists y)[(Hy \vee My) \wedge S'y)]$.

Motivación

Ejemplo (continuación)

Dicho de otro modo: $Da \land Ta \land Sa \land \sim(\forall x)Cax \land Ea \land \sim Ra \land E'a \land (\forall x)(D'x \supset \sim Oax) \land (\exists x)(\exists y)(\exists z)(\exists w)(Bx \land My \land \sim Bz \land \sim Mz \land \sim Bw \land \sim Mw \land Gxa \land Gya \land Gza \land Gwa) \land (\forall x)(Px \supset \sim Aax) \land (\forall x)(\forall y)[(Pxa \land Mya) \supset \sim Cxy \land M'x \land M'y] \land \sim(\exists x)\sim(\exists y)[Hx \land My \land (Hxa \lor Hya)] \land (\exists x)(T'xa \supset \sim(\exists y)[(Hy \lor My) \land S'y)]$.

(Dx: x es detective privado. Tx: x tiene su licencia desde hace bastante tiempo. Sx: x es un tipo solitario. Cxy: x está casado con y. Ex: x está entrando en la edad madura. Rx: x es rico. $E'x$: x ha estado en la cárcel más de una vez. $D'x$: x es un divorcio. Oxy: x se ocupa de y. Bx: x es una bebida. Mx: x es una mujer. Gxy: x le gusta a y. Px: x es un polizonte. Axy: x no es muy del agrado de y. Pxy: x es padre de y. Mxy: x es madre de y. $M'x$: x está muerto. Hx: x es un hombre. Hxy: x es hermano(a) de y. Txy: x deja tieso a y en una callejuela oscura. $S'x$: x siente que ha desaparecido el motivo y fundamento de su vida. a: El individuo quien habla.)

Motivación

Ejemplo (continuación)

«Es decir: a es detective privado y a tiene su licencia desde hace bastante tiempo y a es un tipo solitario y no hay ningún x tal que a esté casado con x y a está entrando en la edad madura y a no es rico y a ha estado en la cárcel más de una vez y para todo x, si x es un divorcio entonces a no se ocupa de x y hay algún x tal que x es una bebida y x gusta a a y hay algún y tal que y es una mujer e y gusta a a y hay algún z y algún w que no son bebidas ni mujeres y que gustan a a, y para todo x, si x es un polizonte, entonces a no es muy del agrado de x, y para todo x y para todo y si x es padre de a e y es madre de a entonces x y y no estuvieron casados y x está muerto e y está muerta, y no hay ningún x ni ningún y tales que si x es varón e y mujer, x sea hermano de a o y sea hermana de a, y si hay algún x tal que x deja tieso a a en una callejuela oscura, entonces no habrá ningún y, sea varón o sea mujer, que sienta que ha desaparecido el motivo y fundamento de su vida.»

Motivación

Con base en el ejemplo anterior, Deaño [1994] concluye que si el lenguaje lógico no dispusiera de predicados poliádicos:

Motivación

Con base en el ejemplo anterior, Deaño [1994] concluye que si el lenguaje lógico no dispusiera de predicados poliádicos:

- nadie podría relatar en él su vida,

Motivación

Con base en el ejemplo anterior, Deaño [1994] concluye que si el lenguaje lógico no dispusiera de predicados poliádicos:

- nadie podría relatar en él su vida,
- tampoco sería posible traducir al simbolismo lógico los más sencillos enunciados de la ciencia. No sería posible enunciar siquiera que 2 es menor que 3,

Motivación

Con base en el ejemplo anterior, Deaño [1994] concluye que si el lenguaje lógico no dispusiera de predicados poliádicos:

- nadie podría relatar en él su vida,
- tampoco sería posible traducir al simbolismo lógico los más sencillos enunciados de la ciencia. No sería posible enunciar siquiera que 2 es menor que 3,
- y muchos sería los razonamientos que, siendo formalmente válidos, se verían privados de su reconocimiento como tales.

Relaciones

Predicados

- Una variable libre: El predicado representa un atributo.

Relaciones

Predicados

- Una variable libre: El predicado representa un atributo.
- Dos variables libres: El predicado representa una relación binaria o diádica.

Relaciones

Predicados

- Una variable libre: El predicado representa un atributo.
- Dos variables libres: El predicado representa una relación binaria o diádica.
- Tres variables libres: El predicado representa una relación ternaria o triádica.

Relaciones

Predicados

- Una variable libre: El predicado representa un atributo.
- Dos variables libres: El predicado representa una relación binaria o diádica.
- Tres variables libres: El predicado representa una relación ternaria o triádica.
- n variables libres: El predicado representa una relación n-ádica.

Representación de enunciados: Proposiciones sin cuantificadores

Ejemplo

Lincon y Grant fueron presidentes.

Px: x fue presidente
l: Lincon
g: Grant
Representación: $Pl \wedge Pg$

Representación de enunciados: Proposiciones sin cuantificadores

Ejemplo

Lincon y Grant fueron presidentes.

Px: x fue presidente
l: Lincon
g: Grant
Representación: $Pl \wedge Pg$

Ejemplo

Lincon y Grant eran amigos.

Axy: x y y eran amigos.
Representación: Alg

Representación de enunciados: Proposiciones sin cuantificadores

Ejemplo

Lincon y Grant fueron presidentes.

Px: x fue presidente
l: Lincon
g: Grant
Representación: $Pl \wedge Pg$

Ejemplo

Lincon y Grant eran amigos.

Axy: x y y eran amigos.
Representación: Alg

Observación: Axy: x era amigo de y.

Representación de enunciados: Proposiciones con solo un cuantificador

Ejemplo

A Elena le gusta David. A cualquiera que le guste David le gusta Tomás. A Elena solo le gustan los hombres bien parecidos. Por lo tanto, Tomás es un hombre bien parecido.

e: Elena
d: David
t: Tomás
Gxy: A x le gusta y
Px: x es un hombre bien parecido

Representación de enunciados: Proposiciones con solo un cuantificador

Ejemplo

A Elena le gusta David. A cualquiera que le guste David le gusta Tomás. A Elena solo le gustan los hombres bien parecidos. Por lo tanto, Tomás es un hombre bien parecido.

e: Elena
d: David
t: Tomás
Gxy: A x le gusta y
Px: x es un hombre bien parecido

1 Ged

2 $(\forall x)(Gxd \supset Gxt)$

3 $(\forall x)(Gex \supset Px) \quad / \therefore \; Pt$

Representación de enunciados: Proposiciones con solo un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

Representación de enunciados: Proposiciones con solo un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

- a atrae todo (todo es atraído por a): $(\forall x)Aax$

Representación de enunciados: Proposiciones con solo un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

- a atrae todo (todo es atraído por a): $(\forall x)Aax$
- a atrae algo (algo es atraído por a): $(\exists x)Aax$

Representación de enunciados: Proposiciones con solo un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

- a atrae todo (todo es atraído por a): $(\forall x)Aax$
- a atrae algo (algo es atraído por a): $(\exists x)Aax$
- Todo atrae a a (a es atraído por todo): $(\forall x)Axa$

Representación de enunciados: Proposiciones con solo un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

- a atrae todo (todo es atraído por a): $(\forall x)Aax$
- a atrae algo (algo es atraído por a): $(\exists x)Aax$
- Todo atrae a a (a es atraído por todo): $(\forall x)Axa$
- Algo atrae a a (a es atraído por algo): $(\exists x)Axa$

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

1. Todo atrae todo: $(\forall x)(\forall y)Axy$

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

1. Todo atrae todo: $(\forall x)(\forall y)Axy$
2. Todo es atraído por todo: $(\forall y)(\forall x)Axy$

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

1. Todo atrae todo: $(\forall x)(\forall y)Axy$
2. Todo es atraído por todo: $(\forall y)(\forall x)Axy$
3. Algo atrae algo: $(\exists x)(\exists y)Axy$

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

1. Todo atrae todo: $(\forall x)(\forall y)Axy$
2. Todo es atraído por todo: $(\forall y)(\forall x)Axy$
3. Algo atrae algo: $(\exists x)(\exists y)Axy$
4. Algo es atraído por algo: $(\exists y)(\exists x)Axy$

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

1. Todo atrae todo: $(\forall x)(\forall y)Axy$
2. Todo es atraído por todo: $(\forall y)(\forall x)Axy$
3. Algo atrae algo: $(\exists x)(\exists y)Axy$
4. Algo es atraído por algo: $(\exists y)(\exists x)Axy$
5. Nada atrae cosa alguna: $(\forall x)(\forall y){\sim}Axy$

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

1. Todo atrae todo: $(\forall x)(\forall y)Axy$
2. Todo es atraído por todo: $(\forall y)(\forall x)Axy$
3. Algo atrae algo: $(\exists x)(\exists y)Axy$
4. Algo es atraído por algo: $(\exists y)(\exists x)Axy$
5. Nada atrae cosa alguna: $(\forall x)(\forall y){\sim}Axy$
6. Nada es atraído por cosa alguna: $(\forall y)(\forall x){\sim}Axy$

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

1. Todo atrae todo: $(\forall x)(\forall y)Axy$
2. Todo es atraído por todo: $(\forall y)(\forall x)Axy$
3. Algo atrae algo: $(\exists x)(\exists y)Axy$
4. Algo es atraído por algo: $(\exists y)(\exists x)Axy$
5. Nada atrae cosa alguna: $(\forall x)(\forall y){\sim}Axy$
6. Nada es atraído por cosa alguna: $(\forall y)(\forall x){\sim}Axy$

Observación

El orden de los cuantificadores iguales no importa. Las proposiciones 1 y 2, 3 y 4, y 5 y 6 en el ejemplo anterior son lógicamente equivalentes.

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

7. Todo atrae algo: $(\forall x)(\exists y)Axy$

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

7. Todo atrae algo: $(\forall x)(\exists y)Axy$
8. Algo es atraído por todo: $(\exists y)(\forall x)Axy$

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Axy: x atrae a y

7. Todo atrae algo: $(\forall x)(\exists y)Axy$
8. Algo es atraído por todo: $(\exists y)(\forall x)Axy$

Observación

El orden de los cuantificadores diferentes importa. Las proposiciones 7 y 8 del ejemplo anterior no son lógicamente equivalentes.

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Proposición	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$
$(\forall x)(\exists y)\ x \geq y$	✓	✓
$(\exists y)(\forall x)\ x \geq y$	✓	×

Representación de enunciados: Proposiciones con más de un cuantificador

Ejemplo

Proposición	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$
$(\forall x)(\exists y)\ x \geq y$	✓	✓
$(\exists y)(\forall x)\ x \geq y$	✓	×

Proposición	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$
$(\forall y)(\exists x)\ x \geq y$	✓	✓
$(\exists x)(\forall y)\ x \geq y$	×	×

Representación de enunciados

Ejemplo (Copi [2001], translación paso a paso, pág. 150)

1. Cualquiera que prometa todo a todos está seguro de decepcionar a alguien.

Representación de enunciados

Ejemplo (Copi [2001], translación paso a paso, pág. 150)

1. Cualquiera que prometa todo a todos está seguro de decepcionar a alguien.
2. $(\forall x)\{[(x \text{ es una persona}) \wedge (x \text{ promete todo a todos})] \supset$
   $[x \text{ decepciona a alguien}]\}$

Representación de enunciados

Ejemplo (Copi [2001], translación paso a paso, pág. 150)

1. Cualquiera que prometa todo a todos está seguro de decepcionar a alguien.
2. $(\forall x)\{[(x \text{ es una persona}) \wedge (x \text{ promete todo a todos})] \supset$
   $[x \text{ decepciona a alguien}]\}$
3. x promete todo a todos:
   $(\forall y)[(y \text{ es una persona}) \supset (x \text{ promete todo a } y)]$

   es decir

   $(\forall y)[(y \text{ es una persona}) \supset (\forall z)(x \text{ promete } z \text{ a } y)]$

Representación de enunciados

Ejemplo (Copi [2001], translación paso a paso, pág. 150)

1. Cualquiera que prometa todo a todos está seguro de decepcionar a alguien.
2. $(\forall x)\{[(x \text{ es una persona}) \wedge (x \text{ promete todo a todos})] \supset$
   $[x \text{ decepciona a alguien}]\}$
3. x promete todo a todos:
   $(\forall y)[(y \text{ es una persona}) \supset (x \text{ promete todo a } y)]$

   es decir

   $(\forall y)[(y \text{ es una persona}) \supset (\forall z)(x \text{ promete } z \text{ a } y)]$
4. x decepciona a alguien:
   $(\exists u)[(u \text{ es una persona}) \wedge (x \text{ decepciona a } u)]$

Representación de enunciados

Ejemplo (continuación)

5. $(\forall x)\{\{(x \text{ es una persona}) \wedge (\forall y)[(y \text{ es una persona}) \supset (\forall z)(x \text{ promete } z \text{ a } y)]\} \supset (\exists u)[(u \text{ es una persona}) \wedge (x \text{ decepciona a } u)]\}$

Representación de enunciados

Ejemplo (continuación)

5. $(\forall x)\{\{(x \text{ es una persona}) \wedge (\forall y)[(y \text{ es una persona}) \supset (\forall z)(x \text{ promete } z \text{ a } y)]\} \supset (\exists u)[(u \text{ es una persona}) \wedge (x \text{ decepciona a } u)]\}$
6. $(\forall x)\{\{Px \wedge (\forall y)[Py \supset (\forall z)Pxzy]\} \supset (\exists u)(Pu \wedge Dxu)\}$

   (Px: x es una persona. $Pxyz$: x promete y a z. Dxy: x decepciona a y.)

   Observación: Símbolos Px y $Pxyz$.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.3, pág. 154)

Simbolizar la siguiente oración usando los símbolos indicados.

Un león muerto es más peligroso que un perro vivo. (Lx: x es un león. Vx: x está vivo. Px: x es un perro. Pxy: x es más peligro que y).

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.3, pág. 154)

Simbolizar la siguiente oración usando los símbolos indicados.

Un león muerto es más peligroso que un perro vivo. (Lx: x es un león. Vx: x está vivo. Px: x es un perro. Pxy: x es más peligro que y).

Representación: $(\forall x)(\forall y)\{[(Lx \wedge \sim Vx) \wedge (Py \wedge Vy)] \supset Pxy\}$

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.6, pág. 154)

Simbolizar la siguiente oración usando los símbolos indicados.

Cualquiera que consulte a un psiquiatra debiera hacerse examinar de la cabeza. (Px: x es una persona. Sx: x es un psiquiatra. Dx: x debiera hacerse examinar de la cabeza. Cxy: x consulta a y.)

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.6, pág. 154)

Simbolizar la siguiente oración usando los símbolos indicados.

Cualquiera que consulte a un psiquiatra debiera hacerse examinar de la cabeza. (Px: x es una persona. Sx: x es un psiquiatra. Dx: x debiera hacerse examinar de la cabeza. Cxy: x consulta a y.)

Representación: $(\forall x)\{[\, Px \wedge (\exists y)(Sy \wedge Cxy)\,] \supset Dx\}$

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.12, pág. 154)

Simbolizar la siguiente oración usando los símbolos indicados.

Todo estudiante hace algunos problemas pero ningún estudiante hace todos los problemas (Ex: x es un estudiante. Px: x es un problema. Hxy: x hace y.)

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.12, pág. 154)

Simbolizar la siguiente oración usando los símbolos indicados.

Todo estudiante hace algunos problemas pero ningún estudiante hace todos los problemas (Ex: x es un estudiante. Px: x es un problema. Hxy: x hace y.)

Representación: La palabra «pero» indica que debemos representar la oración empleando una conjunción.

«Todo estudiante hace algunos problemas» se representa por:

$(\forall x)[\,Ex \supset (\exists y)(Py \wedge Hxy)\,]$.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.12, pág. 154)

Simbolizar la siguiente oración usando los símbolos indicados.

Todo estudiante hace algunos problemas pero ningún estudiante hace todos los problemas (Ex: x es un estudiante. Px: x es un problema. Hxy: x hace y.)

Representación: La palabra «pero» indica que debemos representar la oración empleando una conjunción.

«Todo estudiante hace algunos problemas» se representa por:

$(\forall x)[\,Ex \supset (\exists y)(Py \wedge Hxy)\,]$.

Observación: Una representación errónea sería

$(\forall x)(\exists y)[\,(Ex \wedge Py) \supset Hxy)\,]$

(piense en un universo con un individuo a tal que Ea y $\sim Pa$).

Representación de enunciados

Ejercicio (continuación)

«Ningún estudiante hace todos los problemas» se representa por:

$\sim(\exists x)[\,Ex \wedge (\forall y)(Py \supset Hxy)\,]$ o
$(\forall x)[\,Ex \supset (\exists y)(Py \wedge \sim Hxy)\,]$.

Una representación de la oración es:

$(\forall x)[\,Ex \supset (\exists y)(Py \wedge Hxy)\,] \wedge \sim(\exists x)[\,Ex \wedge (\forall y)(Py \supset Hxy)\,]$.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.14, pág. 154)

Simbolizar la siguiente oración usando los símbolos indicados.

Todo hijo tiene un padre, pero no todo padre tiene un hijo (Px: x es una persona. Hx: x es un hombre. Pxy: x es padre de y.)

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.14, pág. 154)

Simbolizar la siguiente oración usando los símbolos indicados.

Todo hijo tiene un padre, pero no todo padre tiene un hijo (Px: x es una persona. Hx: x es un hombre. Pxy: x es padre de y.)

Representación: La palabra «pero» indica que debemos representar la oración empleando una conjunción.

«Todo hijo tiene un padre» se representa por:

$(\forall x)[\,(Px \wedge Hx) \supset (\exists y)Pyx\,]$.

Representación de enunciados

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.14, pág. 154)

Simbolizar la siguiente oración usando los símbolos indicados.

Todo hijo tiene un padre, pero no todo padre tiene un hijo (Px: x es una persona. Hx: x es un hombre. Pxy: x es padre de y.)

Representación: La palabra «pero» indica que debemos representar la oración empleando una conjunción.

«Todo hijo tiene un padre» se representa por:

$(\forall x)[\,(Px \wedge Hx) \supset (\exists y)Pyx\,]$.

Observación: Una representación errónea sería

$(\forall x)(\exists y)[\,(Px \wedge Hx) \supset Pyx)\,]$

(piense en un universo con dos individuos a y b tal que $\sim Ha$, Hb, $\sim Pa$, Pb, Paa, $\sim Pab$, $\sim Pba$ y $\sim Pbb$).

Representación de enunciados

Ejercicio (continuación)

«No todo padre tiene un hijo» se representa por:

$(\exists x)(\forall y)[\,(Px \wedge Pxy) \supset {\sim}Hy\,]$ o ${\sim}(\forall x)(\exists y)(Px \wedge Pxy \wedge Hy)$.

Una representación de la oración es:

$(\forall x)[\,(Px \wedge Hx) \supset (\exists y)Pxy\,] \wedge (\exists x)(\forall y)[\,(Px \wedge Pxy) \supset {\sim}Hy\,]$.

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.2, pág. 159)

Simbolizar el siguiente argumento usando los símbolos indicados.

Todos los círculos son figuras. Por lo tanto, todos los que trazan círculos trazan figuras. (Cx: x es un círculo. Fx: x es una figura. Txy: x traza y.)

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.2, pág. 159)

Simbolizar el siguiente argumento usando los símbolos indicados.

Todos los círculos son figuras. Por lo tanto, todos los que trazan círculos trazan figuras. (Cx: x es un círculo. Fx: x es una figura. Txy: x traza y.)

Representación:

1 $\quad (\forall x)(Cx \supset Fx) \quad / \therefore \; (\forall x)(\forall y)[\,(Cx \wedge Tyx) \supset (Fx \wedge Tyx)\,]$

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.3, pág. 159)

Simbolizar el siguiente argumento usando los símbolos indicados.

Cualquier amigo de Juan es un amigo de Pedro. Por lo tanto, cualquiera que conozca a un amigo de Juan conoce a un amigo de Pedro. (Px: x es una persona. Axy: x es un amigo de y. Cxy: x conoce a y. j: Juan. p: Pedro.)

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.3, pág. 159)

Simbolizar el siguiente argumento usando los símbolos indicados.

Cualquier amigo de Juan es un amigo de Pedro. Por lo tanto, cualquiera que conozca a un amigo de Juan conoce a un amigo de Pedro. (Px: x es una persona. Axy: x es un amigo de y. Cxy: x conoce a y. j: Juan. p: Pedro.)

Representación:

1 $\quad (\forall x)(Axj \supset Axp)$

$\quad / \therefore\ (\forall x)(\forall y)[\,(Px \land Cxy \land Ayj) \supset (Cxy \land Ayp)\,]$

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.7, pág. 160)

Simbolizar el siguiente argumento usando los símbolos indicados.

Todo lo que hay en mi escritorio es una obra maestra. Quienquiera que escriba una obra maestra es un genio. Alguna persona desconocida escribió alguna de las novelas que hay en mi escritorio. Por lo tanto, alguna persona desconocida es un genio. (Ex: x está en mi escritorio. Mx: x es una obra maestra. Px: x es una persona. Gx: x es un genio. Dx: x es un desconocido. Nx: x es una novela. Exy: x escribió y).

Representación de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.7, pág. 160)

Simbolizar el siguiente argumento usando los símbolos indicados.

Todo lo que hay en mi escritorio es una obra maestra. Quienquiera que escriba una obra maestra es un genio. Alguna persona desconocida escribió alguna de las novelas que hay en mi escritorio. Por lo tanto, alguna persona desconocida es un genio. (Ex: x está en mi escritorio. Mx: x es una obra maestra. Px: x es una persona. Gx: x es un genio. Dx: x es un desconocido. Nx: x es una novela. Exy: x escribió y).

Representación:

1 $\quad (\forall x)(Ex \supset Mx)$

2 $\quad (\forall x)[\,(Px \wedge (\exists y)(Exy \wedge My)) \supset Gx\,]$

3 $\quad (\exists x)(\exists y)(Px \wedge Dx \wedge Ny \wedge Ey \wedge Exy) \quad / \therefore\ (\exists x)(Px \wedge Dx \wedge Gx)$

Invalidez de argumentos empleado universos finitos

Ejemplo

Demuestre semánticamente la invalidez del argumento $(\forall x)(\exists y)Axy \quad / \therefore\ (\exists y)(\forall x)Axy$.

Invalidez de argumentos empleado universos finitos

Ejemplo

Demuestre semánticamente la invalidez del argumento $(\forall x)(\exists y)Axy \quad / \therefore \ (\exists y)(\forall x)Axy$.

Para dos individuos a y b:

$$\begin{aligned}(\forall x)(\exists y)Axy &\equiv (\exists y)Aay \wedge (\exists y)Aby \\ &\equiv (Aaa \vee Aab) \wedge (Aba \vee Abb)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\exists y)(\forall x)Axy &\equiv (\forall x)Axa \vee (\forall x)Axb \\ &\equiv (Aaa \wedge Aba) \vee (Aab \wedge Abb)\end{aligned}$$

Invalidez de argumentos empleado universos finitos

Ejemplo (continuación)

Proposiciones: $\dfrac{Aaa \quad Aab \quad Aba \quad Abb}{1 \quad\;\; 0 \quad\;\; 0 \quad\;\; 1}$

Premisa: $\dfrac{(Aaa \vee Aab) \wedge (Aba \vee Abb)}{1}$

Conclusión: $\dfrac{(Aaa \wedge Aba) \vee (Aab \wedge Abb)}{0}$

Por lo tanto, el argumento es inválido!

Demostraciones de validez de argumentos

Reglas de inferencia

Para la demostración de argumentos que involucran relaciones es suficiente:

- la regla de demostración condicional (incluye la regla de demostración indirecta),
- las ocho reglas de inferencia de la lógica proposicional,
- la regla de reemplazo de la lógica proposicional (10 reglas de equivalencias lógicas),
- las cuatro reglas de inferencia con cuantificadores,
- adicionar una restricción adicional a la regla de generalización universal y
- la regla de cambio de cuantificadores (cuatro reglas de equivalencias lógicas).

Demostraciones de validez de argumentos

El siguiente ejemplo ilustra la necesidad de una nueva restricción a la regla de generalización universal (UG).

Demostraciones de validez de argumentos

El siguiente ejemplo ilustra la necesidad de una nueva restricción a la regla de generalización universal (UG).

Ejemplo (Hurley y Watson [2016], ejemplo pág. 516)

Construir una demostración formal de validez para el argumento:

1 $\quad (\forall y)(\exists x)Mxy \quad / \therefore \ (\exists x)(\forall y)Mxy$

Demostraciones de validez de argumentos

El siguiente ejemplo ilustra la necesidad de una nueva restricción a la regla de generalización universal (UG).

Ejemplo (Hurley y Watson [2016], ejemplo pág. 516)

Construir una demostración formal de validez para el argumento:

1	$(\forall y)(\exists x)Mxy \quad / \therefore \ (\exists x)(\forall y)Mxy$	
2	$(\exists x)Mxy$	UI 1
3	May	EI 2
4	$(\forall y)May$	UG 3 Error!
5	$(\exists x)(\forall y)Mxy$	EG 4

Demostraciones de validez de argumentos

Recomendaciones

- Cuando sea necesario instanciar cuantificadores universales y existenciales, instanciar primero los cuantificadores existenciales.

Demostraciones de validez de argumentos

Recomendaciones

- Cuando sea necesario instanciar cuantificadores universales y existenciales, instanciar primero los cuantificadores existenciales.
- «Globalmente es más simple (siempre que sea legítimo) instanciar con respecto a la misma variable que ha sido cuantificada y cuantificar con respecto a la misma variable que ocurriese libre en la premisa.» [Copi 2001, pág. 156]

Demostraciones de validez de argumentos

Recomendaciones

- Cuando sea necesario instanciar cuantificadores universales y existenciales, instanciar primero los cuantificadores existenciales.
- «Globalmente es más simple (siempre que sea legítimo) instanciar con respecto a la misma variable que ha sido cuantificada y cuantificar con respecto a la misma variable que ocurriese libre en la premisa.» [Copi 2001, pág. 156]

  Es decir, en lugar de emplear

  $$\frac{(\forall x)Fx}{\therefore\ Fy} \qquad \frac{Fy}{\therefore\ (\exists x)Fx} \qquad \frac{Fy}{\therefore\ (\forall x)Fx}$$

  es mejor emplear, cuando sea posible, respectivamente

  $$\frac{(\forall x)Fx}{\therefore\ Fx} \qquad \frac{Fx}{\therefore\ (\exists x)Fx} \qquad \frac{Fx}{\therefore\ (\forall x)Fx}$$

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio I.2, pág. 158)

Construir una demostración formal de validez para el argumento:

1 $(\forall x)[(\exists y)Byx \supset (\forall z)Bxz]$ $/\therefore$ $(\forall y)(\forall z)(Byz \supset Bzy)$

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio I.2, pág. 158)

Construir una demostración formal de validez para el argumento:

1	$(\forall x)[(\exists y)Byx \supset (\forall z)Bxz]$ $\quad / \therefore\ (\forall y)(\forall z)(Byz \supset Bzy)$	
2	$(\exists y)Byx \supset (\forall z)Bxz$	UI 1
3	$\quad$ Byx	ACP
4	$\quad$ $(\exists y)Byx$	EG 3
5	$\quad$ $(\forall z)Bxz$	MP 2, 4
6	$\quad$ Bxy	UI 5
7	$Byx \supset Bxy$	CP 3–6
8	$(\forall z)(Byz \supset Bzy)$	UG 7
9	$(\forall y)(\forall z)(Byz \supset Bzy)$	UG 8

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio I.3, pág. 159)

Construir una demostración formal de validez para el siguiente argumento:

1 $\quad (\forall x)(Cax \supset Dxb)$

2 $\quad (\exists x)Dxb \supset (\exists y)Dby \quad / \therefore \ (\exists x)Cax \supset (\exists y)Dby$

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (continuación)

1	$(\forall x)(Cax \supset Dxb)$	
2	$(\exists x)Dxb \supset (\exists y)Dby \quad / \therefore \ (\exists x)Cax \supset (\exists y)Dby$	
3	$\mid$ $(\exists x)Cax$	ACP
4	$\mid$ Cac	EI 3
5	$\mid$ $Cac \supset Dcb$	UI 1
6	$\mid$ Dcb	MP 5, 4
7	$\mid$ $(\exists x)Dxb$	EG 6
8	$\mid$ $(\exists y)Dby$	MP 2, 7
9	$(\exists x)Cax \supset (\exists y)Dby$	CP 3–9

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio I.4, pág. 159)

Construir una demostración formal de validez para el siguiente argumento:

1 $(\forall x)[\,Ex \supset (\forall y)(Fy \supset Gxy)\,]$

2 $(\exists x)[\,Ex \wedge (\exists y){\sim}Gxy\,] \quad / \therefore\ (\exists x){\sim}Fx$

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (continuación)

1	$(\forall x)[\,Ex \supset (\forall y)(Fy \supset Gxy)\,]$	
2	$(\exists x)[\,Ex \wedge (\exists y){\sim}Gxy\,] \quad / \therefore\ (\exists x){\sim}Fx$	
3	$Ea \wedge (\exists y){\sim}Gay$	EI 2
4	$(\exists y){\sim}Gay$	Simp 3
5	${\sim}Gab$	EI 4
6	$Ea \supset (\forall y)(Fy \supset Gay)$	UI 1
7	Ea	Simp 3
8	$(\forall y)(Fy \supset Gay)$	MP 6, 7
9	$Fb \supset Gab$	UI 8
10	${\sim}Fb$	MT 9, 5
11	$(\exists x){\sim}Fx$	EG 10

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio I.5*, pág. 159)

Construir una demostración formal de validez para el siguiente argumento:

1 $\quad (\exists x)[\, Hx \wedge (\forall y)(Iy \supset Jxy)\,]$

$\quad \therefore\ (\forall x)(Hx \supset Ix) \supset (\exists y)(Iy \wedge Jyy)$

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (continuación)

1	$(\exists x)[\,Hx \wedge (\forall y)(Iy \supset Jxy)\,]$	$/ \therefore\ (\forall x)(Hx \supset Ix) \supset (\exists y)(Iy \wedge Jyy)$
2	$\quad (\forall x)(Hx \supset Ix)$	ACP
3	$\quad Ha \wedge (\forall y)(Iy \supset Jay)$	EI 1
4	$\quad Ha$	Simp 3
5	$\quad Ha \supset Ia$	UI 2
6	$\quad Ia$	MP 5, 4
7	$\quad (\forall y)(Iy \supset Jay)$	Simp 3
8	$\quad Ia \supset Jaa$	UI 7
9	$\quad Jaa$	MP 8, 6
10	$\quad Ia \wedge Jaa$	Conj 6, 9
11	$\quad (\exists y)(Iy \wedge Jyy)$	EG 10
12	$(\forall x)(Hx \supset Ix) \supset (\exists y)(Iy \wedge Jyy)$	CP 2–12

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio I.6, pág. 159)

Construir una demostración formal de validez para el siguiente argumento:

1 $(\forall x)\{Kx \supset [\,(\exists y)Lxy \supset (\exists z)Lzx\,]\}$

2 $(\forall x)[\,(\exists z)Lzx \supset Lxx\,]$

3 $\sim(\exists x)Lxx \quad /\therefore\ (\forall x)(Kx \supset (\forall y)\sim Lxy)$

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (continuación)

1	$(\forall x)\{Kx \supset [(\exists y)Lxy \supset (\exists z)Lzx]\}$	
2	$(\forall x)[(\exists z)Lzx \supset Lxx]$	
3	$\sim(\exists x)Lxx \quad / \therefore\ (\forall x)(Kx \supset (\forall y)\sim Lxy)$	
4	$\quad Kx$	ACP
5	$\quad (\forall x)\sim Lxx$	CQ 3
6	$\quad \sim Lxx$	UI 5
7	$\quad (\exists z)Lzx \supset Lxx$	UI 2
8	$\quad \sim(\exists z)Lzx$	MT 7, 6
9	$\quad Kx \supset [(\exists y)Lxy \supset (\exists z)Lzx]$	UI 1
10	$\quad (\exists y)Lxy \supset (\exists z)Lzx$	MP 9, 4
11	$\quad \sim(\exists y)Lxy$	MT 10, 8
12	$\quad (\forall y)\sim Lxy$	CQ 11
13	$Kx \supset (\forall y)\sim Lxy$	CP 4–12
14	$(\forall x)(Kx \supset (\forall y)\sim Lxy)$	UG 13

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio I.7, pág. 159)

Construir una demostración formal de validez para el siguiente argumento:

1 $(\forall x)[\,Mx \supset (\forall y)(Ny \supset Oxy)\,]$

2 $(\forall x)[\,Px \supset (\forall y)(Oxy \supset Qy)\,]$

$\therefore\ (\exists x)(Mx \wedge Px) \supset (\forall y)(Ny \supset Qy)$

Ejercicio (continuación)

1	$(\forall x)[\,Mx \supset (\forall y)(Ny \supset Oxy)\,]$	
2	$(\forall x)[\,Px \supset (\forall y)(Oxy \supset Qy)\,]$	
	$\therefore\ (\exists x)(Mx \wedge Px) \supset (\forall y)(Ny \supset Qy)$	
3	$(\exists x)(Mx \wedge Px)$	ACP
4	$Ma \wedge Pa$	EI 3
5	$Ma \supset (\forall y)(Ny \supset Oay)$	UI 1
6	Ma	Simp 4
7	$(\forall y)(Ny \supset Oay)$	MP 5, 6

(continua en la próxima diapositiva)

Ejercicio (continuación)

8	$Ny \supset Oay$	UI 7
9	$Pa \supset (\forall y)(Oay \supset Qy)$	UI 2
10	Pa	Simp 4
11	$(\forall y)(Oay \supset Qy)$	MP 9, 10
12	$Oay \supset Qy$	UI 11
13	$Ny \supset Qy$	HS 8, 12
14	$(\forall y)(Ny \supset Qy)$	UG 13
15	$(\exists x)(Mx \wedge Px) \supset (\forall y)(Ny \supset Qy)$	CP 3–15

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio I.8, pág. 159)

Construir una demostración formal de validez para el siguiente argumento:

1 $(\forall x)[\,(Rx \wedge {\sim}Sx) \supset (\exists y)(\,Txy \wedge Uy\,)\,]$

2 $(\exists x)[\,Vx \wedge Rx \wedge (\forall y)(\,Txy \supset Vy\,)\,]$

3 $(\forall x)(Vx \supset {\sim}Sx) \quad / \therefore\ (\exists x)(Vx \wedge Ux)$

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (continuación)

1	$(\forall x)[\,(Rx \wedge {\sim}Sx) \supset (\exists y)(\,Txy \wedge Uy)\,]$	
2	$(\exists x)[\,Vx \wedge Rx \wedge (\forall y)(\,Txy \supset Vy)\,]$	
3	$(\forall x)(Vx \supset {\sim}Sx) \quad / \therefore\ (\exists x)(Vx \wedge Ux)$	
4	$Va \wedge Ra \wedge (\forall y)(\,Tay \supset Vy)$	EI 2
5	$Va \supset {\sim}Sa$	UI 3
6	Va	Simp 4
7	${\sim}Sa$	MP 5, 6
8	Ra	Simp 4
9	$Ra \wedge {\sim}Sa$	Conj 8, 7
10	$(Ra \wedge {\sim}Sa) \supset (\exists y)(\,Tay \wedge Uy)$	UI 1

(continua en la próxima diapositiva)

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (continuación)

11	$(\exists y)(Tay \wedge Uy)$	MP 10, 9
12	$Tab \wedge Ub$	EI 11
13	$(\forall y)(Tay \supset Vy)$	Simp 4
14	$Tab \supset Vb$	UI 13
15	Tab	Simp 12
16	Vb	MP 14, 15
17	Ub	Simp 12
18	$Vb \wedge Ub$	Conj 16, 17
19	$(\exists x)(Vx \wedge Ux)$	EG 18

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.2, pág. 159)

Construir una demostración formal de validez para el siguiente argumento:

Todos los círculos son figuras. Por lo tanto, todos los que trazan círculos trazan figuras. (Cx: x es un círculo. Fx: x es una figura. Txy: x traza y.)

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.2, pág. 159)

Construir una demostración formal de validez para el siguiente argumento:

Todos los círculos son figuras. Por lo tanto, todos los que trazan círculos trazan figuras. (Cx: x es un círculo. Fx: x es una figura. Txy: x traza y.)

Representación:

1 $\quad (\forall x)(Cx \supset Fx) \quad / \therefore \ (\forall x)(\forall y)[(Cx \wedge Tyx) \supset (Fx \wedge Tyx)]$

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (continuación)

1	$(\forall x)(Cx \supset Fx) \quad / \therefore\ (\forall x)(\forall y)[(Cx \wedge Tyx) \supset (Fx \wedge Tyx)]$	
2	$\quad Cx \wedge Tyx$	ACP
3	$\quad Cx$	Simp 2
4	$\quad Cx \supset Fx$	UI 1
5	$\quad Fx$	MP 4, 3
6	$\quad Tyx$	Simp 2
7	$\quad Fx \wedge Tyx$	Conj 5, 6
8	$(Cx \wedge Tyx) \supset (Fx \wedge Tyx)$	CP 2–7
9	$(\forall y)[(Cx \wedge Tyx) \supset (Fx \wedge Tyx)]$	UG 8
10	$(\forall x)(\forall y)[(Cx \wedge Tyx) \supset (Fx \wedge Tyx)]$	UG 9

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.3, pág. 159)

Construir una demostración formal de validez para el siguiente argumento:

Cualquier amigo de Juan es un amigo de Pedro. Por lo tanto, cualquiera que conozca a un amigo de Juan conoce a un amigo de Pedro. (Px: x es una persona. Axy: x es un amigo de y. Cxy: x conoce a y. j: Juan. p: Pedro.)

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (Copi [2001], ejercicio II.3, pág. 159)

Construir una demostración formal de validez para el siguiente argumento:

Cualquier amigo de Juan es un amigo de Pedro. Por lo tanto, cualquiera que conozca a un amigo de Juan conoce a un amigo de Pedro. (Px: x es una persona. Axy: x es un amigo de y. Cxy: x conoce a y. j: Juan. p: Pedro.)

Representación:

1 $\quad (\forall x)(Axj \supset Axp)$

$\quad / \therefore\ (\forall x)(\forall y)[\,(Px \land Cxy \land Ayj) \supset (Cxy \land Ayp)\,]$

Demostraciones de validez de argumentos

Ejercicio (continuación)

1	$(\forall x)(Axj \supset Axp)$	
	$/ \therefore\ (\forall x)(\forall y)[(Px \wedge Cxy \wedge Ayj) \supset (Cxy \wedge Ayp)]$	
2	$Px \wedge Cxy \wedge Ayj$	ACP
3	Ayj	Simp 2
4	$Ayj \supset Ayp$	UI 1
5	Ayp	MP 4, 3
6	Cxy	Simp 2
7	$Cxy \wedge Ayp$	Conj 6, 7
8	$(Px \wedge Cxy \wedge Ayj) \supset (Cxy \wedge Ayp)$	CP 2–7
9	$(\forall y)[(Px \wedge Cxy \wedge Ayj) \supset (Cxy \wedge Ayp)]$	UG 8
10	$(\forall x)(\forall y)[(Px \wedge Cxy \wedge Ayj) \supset (Cxy \wedge Ayp)]$	UG 9

Algunos atributos de las relaciones diádicas

- Rxy es una relación simétrica si y solo si $(\forall x)(\forall y)(Rxy \supset Ryx)$.
- Rxy es un relación asimétrica si y solo si $(\forall x)(\forall y)(Rxy \supset \sim Ryx)$.
- Rxy es un relación no simétrica si y solo si Rxy es una relación que no es ni simétrica ni asimétrica.

Algunos atributos de las relaciones diádicas

- Rxy es una relación simétrica si y solo si $(\forall x)(\forall y)(Rxy \supset Ryx)$.
- Rxy es un relación asimétrica si y solo si $(\forall x)(\forall y)(Rxy \supset \sim Ryx)$.
- Rxy es un relación no simétrica si y solo si Rxy es una relación que no es ni simétrica ni asimétrica.

Ejemplos

En los números naturales, $=$ es una relación simétrica, $<$ es una relación asimétrica y $\leq$ es una relación no simétrica.

Algunos atributos de las relaciones diádicas

- Rxy es una relación transitiva si y solo si $(\forall x)(\forall y)(\forall z)[\,(Rxy \wedge Ryz) \supset Rxz\,]$.
- Rxy es una relación intransitiva si y solo si $(\forall x)(\forall y)(\forall z)[\,(Rxy \wedge Ryz) \supset {\sim}Rxz\,]$.
- Rxy es una relación no transitiva si y solo si Rxy es una relación que no es ni transitiva ni intransitiva.

Algunos atributos de las relaciones diádicas

- Rxy es una relación transitiva si y solo si $(\forall x)(\forall y)(\forall z)[\,(Rxy \wedge Ryz) \supset Rxz\,]$.
- Rxy es una relación intransitiva si y solo si $(\forall x)(\forall y)(\forall z)[\,(Rxy \wedge Ryz) \supset {\sim}Rxz\,]$.
- Rxy es una relación no transitiva si y solo si Rxy es una relación que no es ni transitiva ni intransitiva.

Ejemplos

La relación $\neq$ es transitiva en un conjunto unitario y es no transitiva en un conjunto de al menos tres elementos. El juego «piedra, papel o tijeras» establece una relación intransitiva Rxy: x le gana a y.

Algunos atributos de las relaciones diádicas

- Rxy es una relación (totalmente) reflexiva si y solo si $(\forall x)Rxx$.
- Rxy es una relación irreflexiva si y solo si $(\forall x){\sim}Rxx$.
- Rxy es una relación no reflexiva si y solo si Rxy es una relación que no es ni reflexiva ni irreflexiva.

Algunos atributos de las relaciones diádicas

- Rxy es una relación (totalmente) reflexiva si y solo si $(\forall x)Rxx$.
- Rxy es una relación irreflexiva si y solo si $(\forall x){\sim}Rxx$.
- Rxy es una relación no reflexiva si y solo si Rxy es una relación que no es ni reflexiva ni irreflexiva.

Ejemplos

En los números enteros positivos, la relación $\mid$ (divisibilidad) es una relación reflexiva, la relación $<$ es una relación irreflexiva y la relación «$x \cdot y$ es un número par» es un relación no reflexiva.

Algunos atributos de las relaciones diádicas

Ejemplo (Relaciones reflexivas y simétricas pero no transitivas)

- Sea A el conjunto $A = \{a, b, c\}$ y R la relación en A definida por $R = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, b), (b, c), (c, b), (c, c)\}$.
- $|x - y| \leq 1$
- Rxy: x vive a menos de un kilometro de distancia de y

Algunos atributos de las relaciones diádicas

Ejemplo (Copi [2001], ejemplo pág. 164)

Demuestre que si un relación binaria es asimétrica entonces la relación es irreflexiva.

Algunos atributos de las relaciones diádicas

Ejemplo (Copi [2001], ejemplo pág. 164)

Demuestre que si un relación binaria es asimétrica entonces la relación es irreflexiva.

1	$(\forall x)(\forall y)(Rxy \supset \sim Ryx) \quad / \therefore\ (\forall x)\sim Rxx$	
2	$(\forall y)(Rxy \supset \sim Ryx)$	UI 1
3	$Rxx \supset \sim Rxx$	UI 2
4	$\sim Rxx \vee \sim Rxx$	Impl 3
5	$\sim Rxx$	Taut 4
6	$(\forall x)\sim Rxx$	UG 5

Algunos atributos de las relaciones diádicas

Ejercicio

En el ejemplo de la pág. 102 demostramos que si un relación binaria es asimétrica entonces la relación es irreflexiva. Si se intercambian la premisa y la conclusión es el nuevo argumento válido? Es decir, si una relación binaria es irreflexiva entonces la relación es asimétrica?

Ejercicio

En el ejemplo de la pág. 102 demostramos que si un relación binaria es asimétrica entonces la relación es irreflexiva. Si se intercambian la premisa y la conclusión es el nuevo argumento válido? Es decir, si una relación binaria es irreflexiva entonces la relación es asimétrica?

Respuesta: El argumento es inválido. Por ejemplo, en los números naturales la relación $x < y$ o $x > y$ es una relación irreflexiva, pero no es una relación asimétrica.

Atributos de las relaciones y argumentos relacionales

Ejemplo

Al es mayor que Bill. Bill es mayor que Charlie. Por lo tanto, Al es mayor que Charlie (a: Al. b: Bill. c: Charlie. Mxy: x es mayor que y.)

Atributos de las relaciones y argumentos relacionales

Ejemplo

Al es mayor que Bill. Bill es mayor que Charlie. Por lo tanto, Al es mayor que Charlie (a: Al. b: Bill. c: Charlie. Mxy: x es mayor que y.)

Argumento inválido

Mab

Mbc

$\therefore\ Mac$

Atributos de las relaciones y argumentos relacionales

Ejemplo

Al es mayor que Bill. Bill es mayor que Charlie. Por lo tanto, Al es mayor que Charlie (a: Al. b: Bill. c: Charlie. Mxy: x es mayor que y.)

Argumento inválido

Mab

Mbc

$\therefore\ Mac$

Argumento válido

Mab

Mbc

$(\forall x)(\forall y)(\forall z)[\,(Mxy \wedge Myz) \supset Mxz\,]$ (premisa implícita)

$\therefore\ Mac$

Entimemas

Definición (Entimema)

«Un argumento que está expresado de manera incompleta, siendo "sobreentendida" una parte del mismo.» [Copi 2001, pág. 164]

Referencias

- Copi, Irving M. [1954] (2001). Lógica Simbólica. 2.ª ed., 20.ª reimpresión. Título original «*Symbolic Logic*». Traducción por Andrés Sestier Boulier. Compañía Editorial Continental (vid. págs. 39-42, 45-51, 53-55, 57-62, 70-75, 77, 79, 81, 83, 86, 89, 90, 92, 93, 102, 103, 109).
- Deaño, Alfredo (1994). Introducción a la Lógica Formal. 11.ª reimpresión. Alianza Universidad Textos (vid. págs. 3, 7-10).
- Hurley, Patrick J. y Watson, Lori [1972] (2016). A Concise Introduction to Logic. 13.ª ed. Cengage Learning (vid. págs. 67-69).