# CM0246 Estructuras Discretas
# § 7.2 Inyectiva y sobreyectiva, funciones inversas

Andrés Sicard Ramírez

Universidad EAFIT

Semestre 2023-2

# Preliminares

## Convención

Los números asignados a los teoremas, ejemplos, ejercicios, figuras y páginas en estas diapositivas corresponden a los números asignados en el texto guía [Epp 2011].

# Esquema de la presentación

# Tema

Funciones inyectivas

Funciones sobreyectivas

Correspondencias inyectivas

Funciones inversas

Referencias

# Funciones inyectivas

## Definición

Sean $X$ y $Y$ dos conjuntos y sea $F : X \to Y$. La función $F$ es **inyectiva** (o **uno a uno**):

$$\begin{aligned} F \text{ es inyectiva} \quad &\Leftrightarrow \quad \forall x_1, x_2 \in X, \text{ si } F(x_1) = F(x_2) \text{ entonces } x_1 = x_2 \\ &\Leftrightarrow \quad \forall x_1, x_2 \in X, \text{ si } x_1 \neq x_2 \text{ entonces } F(x_1) \neq F(x_2), \end{aligned}$$

# Funciones inyectivas

## Definición

Sean $X$ y $Y$ dos conjuntos y sea $F : X \to Y$. La función $F$ es **inyectiva** (o **uno a uno**):

$$\begin{aligned} F \text{ es inyectiva} \quad &\Leftrightarrow \quad \forall x_1, x_2 \in X, \text{ si } F(x_1) = F(x_2) \text{ entonces } x_1 = x_2 \\ &\Leftrightarrow \quad \forall x_1, x_2 \in X, \text{ si } x_1 \neq x_2 \text{ entonces } F(x_1) \neq F(x_2), \end{aligned}$$

entonces

$$F \text{ no es inyectiva} \quad \Leftrightarrow \quad \exists x_1, x_2 \in X, \text{ tal que } F(x_1) = F(x_2) \text{ y } x_1 \neq x_2.$$

(continua en la próxima diapositiva)

# Funciones inyectivas

## Definición (continuación)

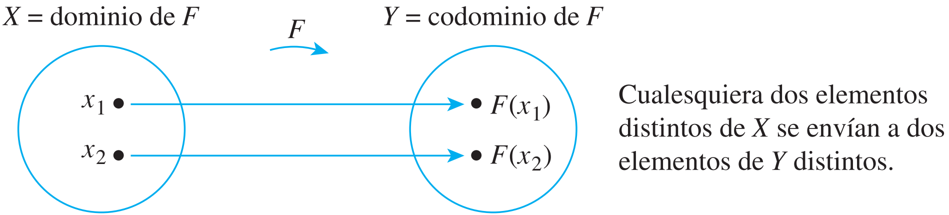



Figura 7.2.1a. Una función inyectiva separa puntos.

(continua en la próxima diapositiva)

# Funciones inyectivas

## Definición (continuación)

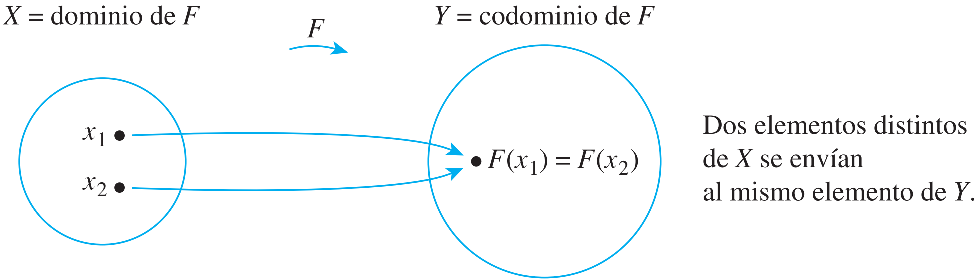



Figura 7.2.1b. Una función que no es inyectiva colopsa puntos.

# Funciones inyectivas

## Ejemplo

En el tablero.

# Tema

# Funciones sobreyectivas

## Definición

Sean $X$ y $Y$ dos conjuntos y sea $F : X \to Y$. La función $F$ es **sobreyectiva**:

$$F \text{ es sobreyectiva} \quad \Leftrightarrow \quad \forall y \in Y, \exists x \in X \text{ tal que } F(x) = y,$$

# Funciones sobreyectivas

## Definición

Sean $X$ y $Y$ dos conjuntos y sea $F : X \to Y$. La función $F$ es **sobreyectiva**:

$$F \text{ es sobreyectiva} \quad \Leftrightarrow \quad \forall y \in Y, \exists x \in X \text{ tal que } F(x) = y,$$

entonces

$$F \text{ no es sobreyectiva} \quad \Leftrightarrow \quad \exists y \in Y \text{ tal que } \forall x \in X, F(x) \neq y.$$

(continua en la próxima diapositiva)

# Funciones sobreyectivas

## Definición (continuación)

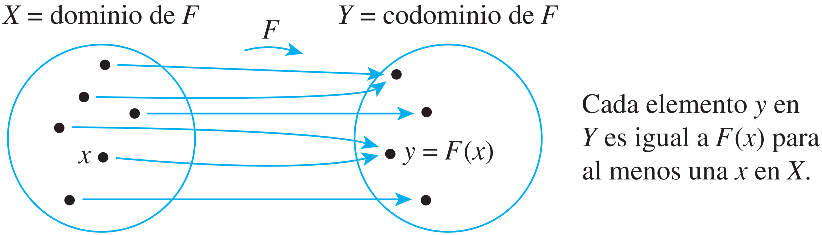



Figura 7.2.3a. Una función sobreyectiva.

(continua en la próxima diapositiva)

# Funciones sobreyectivas

## Definición (continuación)

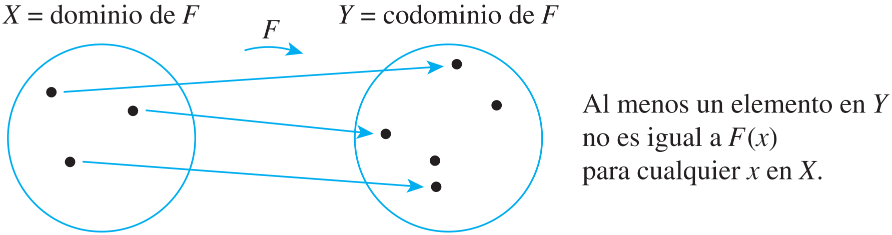



Figura 7.2.3b. Una función no sobreyectiva.

# Funciones sobreyectivas

## Ejemplo

En el tablero.

# Tema

# Correspondencias inyectivas

## Definición

Sean $X$ y $Y$ dos conjuntos y sea $F : X \to Y$. La función $F$ es una **correspondencia inyectiva** (o **correspondencia uno a uno** o **biyectiva**) si $F$ es inyectiva y sobreyectiva.

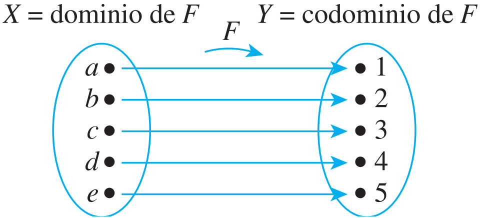



Figura 7.2.5.

# Correspondencias inyectivas

## Ejemplo 7.2.8

«Sea $\mathcal{P}(\{a, b\})$ el conjunto de todos los subconjuntos de $\{a, b\}$ y sea $S$ el conjunto de todas las cadenas de longitud 2 formado de $0$ y $1$. Entonces $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ y $S = \{00, 01, 10, 11\}$. Se define una función $h$ de $\mathcal{P}(\{a, b\})$ a $S$ como sigue: Dado cualquier subconjunto $A$ de $\{a, b\}$, $a$ está ya sea en $A$ o no está en $A$ y $b$ está ya sea en $A$ o no está en $A$. Si $a$ está en $A$, se escribe un $1$ en la primera posición de la cadena $h(A)$. Si $a$ no está en $A$, se escribe $0$ en la primera posición de la cadena $h(A)$. Del mismo modo, si $b$ está en $A$, se escribe un $1$ en la segunda posición de la cadena $h(A)$. Si $b$ no está en $A$, se escribe $0$ en la segunda posición de la cadena $h(A)$».

La función $h$ es una correspondencia uno a uno.

# Tema

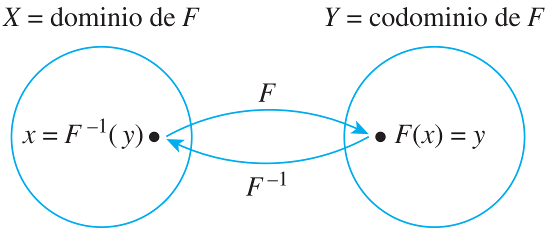
# Funciones inversas

## Definición

Sean $X$ y $Y$ dos conjuntos y sea $F : X \to Y$ una correspondencia inyectiva. La función **inversa de $\boldsymbol{F}$**, denotada $F^{-1}$, es la función $F^{-1} : Y \to X$ definida por

$$F^{-1}(y) = x \quad \Leftrightarrow \quad F(x) = y.$$

Figura pág. 417.



# Funciones inversas

## Ejemplo

En el tablero.

# Funciones inversas

## Teorema 7.2.3

Sean $X$ y $Y$ dos conjuntos. Si $F : X \to Y$ es una correspondencia uno a uno, entonces $F^{-1} : Y \to X$ también es una correspondencia uno a uno.

# Funciones inversas

**Teorema 7.2.3**

Sean $X$ y $Y$ dos conjuntos. Si $F : X \to Y$ es una correspondencia uno a uno, entonces $F^{-1} : Y \to X$ también es una correspondencia uno a uno.

**Demostración**

En el tablero.

# Tema

# Referencias

Epp, Susanna S. [1990] (2011). Matemáticas Discretas con Aplicaciones. 4.ª ed. Traducido por Ana Elizabeth García Hernández. Cengage Learning (vid. pág. 2).