# CM0246 Estructuras Discretas
# Introducción

Andrés Sicard Ramírez

Universidad EAFIT

Semestre 2023-2

# Pacto Pedagógico

## Sitio web del curso

http://www1.eafit.edu.co/asr/cursos/cm0246-estructuras-discretas/

# Pacto Pedagógico

## Sitio web del curso

http://www1.eafit.edu.co/asr/cursos/cm0246-estructuras-discretas/

## Conducto regular, exámenes, horarios de atención y texto guía

Véase el sitio web del curso.

# Pacto Pedagógico

### Sitio web del curso

`http://www1.eafit.edu.co/asr/cursos/cm0246-estructuras-discretas/`

### Conducto regular, exámenes, horarios de atención y texto guía

Véase el sitio web del curso.

### Evaluación a la docencia

La evaluación a la docencia es obligatoria

# Pacto Pedagógico

### Sitio web del curso

http://www1.eafit.edu.co/asr/cursos/cm0246-estructuras-discretas/

### Conducto regular, exámenes, horarios de atención y texto guía

Véase el sitio web del curso.

### Evaluación a la docencia

La evaluación a la docencia es obligatoria

### Responsabilidades

- Profesor
- Estudiantes

# Convenciones

## Convención

Los números asignados a los teoremas, ejemplos, ejercicios, figuras y páginas en estas diapositivas corresponden a los números asignados en el texto guía [Epp 2011].

# Acerca de las Estructuras Discretas

Definición

**Discreto:** [RAE 2022]

adj. Separado, distinto.

adj. Mat. Dicho de una magnitud: Que toma valores distintos y separados. La sucesión de los números enteros es discreta, pero la temperatura no.

# Acerca de las Estructuras Discretas

## Definición

**Discreto:** [RAE 2022]

adj. Separado, distinto.

adj. Mat. Dicho de una magnitud: Que toma valores distintos y separados. La sucesión de los números enteros es discreta, pero la temperatura no.

## Descripción

«Las estructuras de matemáticas discretas son estructuras abstractas que describen, clasifican y muestran las relaciones subyacentes entre los objetos matemáticos discretos.» [pág. xv]

# Acerca de las Estructuras Discretas

## Ejemplo

Algunas estructuras discretas: relaciones, funciones, grafos, árboles, máquinas de estado finito, lenguajes formales, expresiones regulares, entre otras.

# Acerca de las Estructuras Discretas

## Ejemplo

Algunas estructuras discretas: relaciones, funciones, grafos, árboles, máquinas de estado finito, lenguajes formales, expresiones regulares, entre otras.

## Aplicaciones

Véase `http://www.mathily.org/dm-rw.html`.

# Acerca del curso

## Formación básica

El texto guía señala que [pág. xiv]:

> *El objetivo del libro es sentar las bases matemáticas para los cursos de ciencias de la computación, tales como estructuras de datos, algoritmos, teoría de las bases de datos relacionales, teoría de autómatas y lenguajes formales, diseño del compilador y criptografía y para los cursos de matemáticas tales como álgebra lineal y abstracta, combinaciones, probabilidad, lógica y teoría de conjuntos y teoría de números.*

# Acerca del curso

## Programa del curso

- Inducción matemática y recurrencia (§ 5.2, § 5.4 y § 5.9)
- Teoría de conjuntos (Capítulo 6)
- Funciones (Capítulo 7)
- Relaciones (§ 8.1, § 8.2, § 8.3 y § 8.5)
- Grafos (§ 10.1, § 10.2 y § 10.3)

# Preliminares: conjuntos numéricos

## Notación

| | |
|---|---|
| $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$ | (conjunto de los números naturales) |
| $\mathbf{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ | (conjunto de los números enteros) |
| $\mathbf{Z}^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$ | (conjunto de los números enteros positivos) |
| $\mathbf{Z}^- = \{\ldots, -3, -2, -1\}$ | (conjunto de los números enteros negativos) |
| $\mathbf{R} = (-\infty, \infty)$ | (conjunto de los números reales) |
| $\mathbf{R}^+ = (0, \infty)$ | (conjunto de los números reales positivos) |
| $\mathbf{R}^- = (-\infty, 0)$ | (conjunto de los números reales negativos) |

# Preliminares: divisibilidad

## Definición

Sean $n$ y $d$ números enteros y $d \neq 0$. El número $d$ **divide** al número $n$, si y solo si, existe un número entero $k$ tal que $n = d \cdot k$ (Sección 4.3).

# Preliminares: divisibilidad

## Definición

Sean $n$ y $d$ números enteros y $d \neq 0$. El número $d$ **divide** al número $n$, si y solo si, existe un número entero $k$ tal que $n = d \cdot k$ (Sección 4.3).

## Notation

La notación «$d \mid n$» denota que $d$ divide a $n$, es decir,

$$d \mid n \quad \Leftrightarrow \quad \exists \text{ un número entero } k \text{ tal que } n = d \cdot k.$$

# Preliminares: divisibilidad

## Definición

Sean $n$ y $d$ números enteros y $d \neq 0$. El número $d$ **divide** al número $n$, si y solo si, existe un número entero $k$ tal que $n = d \cdot k$ (Sección 4.3).

## Notation

La notación «$d \mid n$» denota que $d$ divide a $n$, es decir,

$$d \mid n \quad \Leftrightarrow \quad \exists \text{ un número entero } k \text{ tal que } n = d \cdot k.$$

## Definición

Si $d \mid n$ entonces,

(i) $n$ es **divisible** por $d$,

(ii) $n$ es **múltiplo** de $d$,

(iii) $d$ es un **factor** de $n$ y

(iv) $d$ es un **divisor** de $n$.

# Preliminares: divisibilidad

## Notation

La notación $d \nmid n$ denota que $d$ no divide a $n$, es decir,

$$d \nmid n \Leftrightarrow \forall \text{ número entero } k, n \neq d \cdot k.$$

# Preliminares: divisibilidad

## Ejemplo

- $2 \mid 8$ porque $8 = 2 \cdot 4$.
- $3 \mid -15$ porque $-15 = 3 \cdot (-5)$.
- $5 \nmid 12$ porque no existe un número entero $k$, tal que $12 = 5k$.

# Preliminares: divisibilidad

## Pregunta

¿$0 \mid 0$?

*Véase algunas razones para excluir $0 \mid 0$ en https://math.stackexchange.com/q/666103.

# Preliminares: divisibilidad

## Pregunta

¿$0 \mid 0$?

## Respuesta

La respuesta depende de la definición que se adopta para la divisibilidad. Por ejemplo, $0 \nmid 0$ en el texto guía y en [Hardy y Wright 2008], pero $0 \mid 0$ en [Apostol 1976], en cuyo caso, si $0 \mid n$ entonces $n = 0$.*

*Véase algunas razones para excluir $0 \mid 0$ en `https://math.stackexchange.com/q/666103`.

# Preliminares: divisibilidad

### Teorema 4.3.3 (transitividad de divisibilidad)

Sean $a$, $b$ y $c$ números enteros. Si $a \mid b$ y $b \mid c$, entonces $a \mid c$.

### Demostración

En el tablero.

# Referencias


- Apostol, Tom M. (1976). Introduction to Analytic Number Theory. Springer. DOI: 10.1007/978-1-4757-5579-4 (vid. págs. 19, 20).
- Epp, Susanna S. [1990] (2011). Matemáticas Discretas con Aplicaciones. 4.ª ed. Traducido por Ana Elizabeth García Hernández. Cengage Learning (vid. pág. 6).
- Hardy, G. H. y Wright, E. M. [1938] (2008). An Introduction to the Theory of Numbers. 6.ª ed. Revised by D. R. Heath-Brown and J. H. Silverman. Oxford University Press (vid. págs. 19, 20).
- Real Academia Española (RAE), ed. (2022). Diccionario de la lengua española. 23.ª ed., versión electrónica 23.6. URL: https://dle.rae.es (visitado 13-01-2023) (vid. págs. 7, 8).