

# Algoritmo para el Estudio de Curvas Esperadas de Oferta Agregada en un Mercado Eléctrico Liberalizado

Juan Fernando García-Pulgarín\*

**Tutor:** Carlos Alberto Cadavid-Moreno †

Ingeniería Matemática  
Departamento de Ciencias Matemáticas  
Universidad EAFIT  
Medellín 2015

## 1 Planteamiento del problema

El siguiente problema es basado en un artículo aún sin publicar, el cual se encuentra siendo desarrollado por el tutor del presente trabajo, junto a otros profesores de la Universidad EAFIT, por lo que nos abstenemos de referenciarlo explícitamente. Cabe resaltar que un problema similar se puede encontrar en [1].

Se asume un juego de subasta inversa para empresas generadoras de energía eléctrica, de la siguiente manera: Se tienen  $N$  empresas generadoras,  $g_1, g_2, \dots, g_N$ ; que compiten por la posibilidad de satisfacer la demanda diaria de electricidad de una población. Cada una posee una unidad o planta de generación, que cuentan (luego de normalizar) con capacidad máxima de producción de 1 por día, cada una, y costo de producción de 0. Se asume también, que la demanda diaria  $d$  es una variable aleatoria discreta que puede tomar los valores  $\{1, 2, \dots, N\}$  y que posee cierta distribución de probabilidad  $\pi_i = Pr(d = i)$ . Además, se considera que los precios unitarios para la venta de la electricidad que ofrece cada empresa, deben encontrarse en cierto intervalo  $[0, \bar{p}]$  y que toda la información anterior es conocida por todos los jugadores.

Ahora, la manera como sucede la venta de la electricidad es la siguiente: cada día  $t$ , cada empresa  $g_n$  envía secretamente a una entidad coordinadora, un valor  $p^n$  del precio unitario de venta de su energía eléctrica para el día siguiente  $t + 1$ . Luego, dicha coordinación, selecciona un ranking de los precios, mediante una biyección  $r : \{1, 2, \dots, N\} \rightarrow \{1, 2, \dots, N\}$ , donde  $r(n) < r(m)$ , si  $p^n < p^m$ . Dado

---

\*Ingeniería Matemática, Universidad EAFIT. jgarci77@eafit.edu.co

†Departamento de Ciencias Matemáticas, Universidad EAFIT. ccadavid@eafit.edu.co

que hay varias posibles funciones que cumplen lo anterior, el coordinador elige aleatoriamente una entre todas las  $R(p^1, p^2, \dots, p^N)$  posibles, cada una con la misma probabilidad. Una vez se elige el ranking, el coordinador observa la demanda  $d$  para el día  $t + 1$  y da el derecho a suplir la demanda de electricidad a las mejores  $d$  empresas, según el ranking. Dado que se le paga a cada empresa el valor más grande entre los precios elegidos, la utilidad para cada empresa está dada por:

$$u_n = \delta_n p_d$$

donde  $\delta_n = 1$ , si  $r(n) \leq d$ , y  $\delta_n = 0$ , si  $r(n) > d$ .

De esta manera, la utilidad de cada empresa depende de los precios ofrecidos por todas las empresas, la demanda y el ranking elegido por el coordinador. De ahí, que se puede ver el juego como un experimento aleatorio, con espacio muestral  $\Omega = \{(p_1, p_2, \dots, p_N, d, r) : p_n \in [0, \bar{p}], d \in \{1, 2, \dots, N\}, r \text{ es ranking para } (p_1, p_2, \dots, p_N)\}$ , con una función de densidad de probabilidad dada por

$$f(p_1, p_2, \dots, p_N, d, r) = f_1(p) \cdot f_2(p) \cdot \dots \cdot f_N(p) \cdot \pi_d \cdot \frac{1}{a}$$

donde  $f_1, f_2, \dots, f_n$  son las funciones de densidad de probabilidad para el precio unitario que ofrece cada empresa.

Ahora, para que se pueda encontrar un equilibrio de Nash (simétrico) se debe cumplir que

$$E_{f_1, f_2, \dots, f_n, \dots, f_N}(u_n) \geq E_{f_1, f_2, \dots, \tilde{f}_n, \dots, f_N}(u_n)$$

donde  $\tilde{f}_n$  es cualquier otra posible función de densidad de probabilidad para el precio de la empresa  $n$ , y dado que el equilibrio es simétrico, se cumple que  $f_i = f_j = f$  para todo  $i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$ .

Por lo anterior, se tiene diseñado un algoritmo básico para encontrar la función acumulada de probabilidad de  $f$  y realizar simulaciones del juego con el fin de estimar la curva esperada de oferta agregada, el cual debe ser implementado y posteriormente mejorado.

## 2 Objetivos

### 2.1 Objetivo general

Implementar de manera eficiente y mejorada, el algoritmo para hallar la curva esperada de oferta agregada para el juego de las empresas del sector eléctrico.

### 2.2 Objetivos específicos

- Implementar el algoritmo en Mathematica.
- Identificar y realizar mejoras para el algoritmo.
- Adaptar el algoritmo implementado para ser ejecutado usando computación paralela.

### 3 Antecedentes

Un primer acercamiento a los mercados eléctricos liberalizados desde el ámbito de la teoría de juegos es propuesto por R. Green & D. Newbery [2], quienes consideran el caso Británico como un duopolio y realizan algunas simulaciones empíricas para posibles equilibrios en el mercado. Más adelante N.-H. von der Fehr & D. Harbord [3] dan un tratamiento mucho más teórico al duopolio considerado anteriormente y presentan una generalización [1] para el caso de  $N$  firmas competidoras. Más adelante N.-H. von der Fehr, D. Harbord y N. Fabra [4], motivados por el cambio en las políticas del mercado eléctrico en Inglaterra y Gales, pasan a considerar teóricamente otros tipos de subastas en el mercado eléctrico y dejan a un lado los sistemas de subasta inversa.

### 4 Justificación

Dado que en los últimos años una gran cantidad de países han adoptado un modelo liberalizado en sus respectivos sectores eléctricos, es de gran importancia el estudio de dichos mercados como juegos de subasta inversa, los cuales consideran la mayoría de los elementos que se presentan en la realidad. Cada día se presenta en dichos países una competencia entre las empresas generadoras de electricidad por el derecho a satisfacer la demanda del día siguiente. Esto hace que dada la gran relevancia del sector eléctrico en la mayoría de los países, el estudio de características de este mercado, como la curva de oferta agregada, sea de gran interés para las empresas del sector; en particular, en situaciones de equilibrio. Lo anterior es el objeto principal de la investigación llevada a cabo en la Universidad EAFIT, mencionada en la introducción. Ahora, para la obtención de resultados prácticos en dicha investigación es necesario realizar una gran cantidad de simulaciones del juego presentado, por lo que se deben implementar algoritmos eficientes que permitan cubrir una cantidad suficientemente grande de escenarios, reduciendo su gran costo computacional, asunto del cual se ocupa este trabajo.

### 5 Alcance

Este proyecto desde la implementación del algoritmo que se tiene diseñado hasta las pruebas del mismo, pasando por algunos procesos de mejoramiento. Este trabajo, si bien guarda su sentido en la investigación que el tutor y sus colegas están llevando a cabo, no pretende dar respuesta a las cuestiones de dicha investigación, sólo abarca una herramienta que ha de ser utilizada por dicho grupo de trabajo.

## 6 Metodología

En términos de tiempo, para el desarrollo del proyecto, se contarán con aproximadamente 5 horas semanales, las cuales incluyen, además de las actividades naturales del trabajo, reuniones semanales de 1 hora con el tutor, y la elaboración de informes y presentaciones.

Referente a la elaboración propiamente del trabajo, se utilizará el software *Mathematica 10.1* para la elaboración del código del algoritmo y se harán las pruebas con diferentes números de jugadores (o empresas) y distintas distribuciones para la demanda.

## 7 Cronograma de actividades

La siguiente tabla muestra el plan a seguir para la elaboración del proyecto a lo largo del semestre académico 2015-2. Cabe resaltar que la Semana 2 es la iniciada el día Lunes 27 de Julio y la Semana 16 es la que finaliza el día Viernes 6 de Noviembre.

Semanas	Actividades
2, 3	Elaboración del anteproyecto.
4, 5	Revisión de bibliografía y estudio del algoritmo.
6, 7	Implementación del algoritmo en Mathematica.
8, 9, 10	Pruebas y mejoramiento del algoritmo.
11, 12, 13	Adaptación y pruebas usando computación paralela.
14, 15, 16	Elaboración del reporte final.

## 8 Propiedad intelectual

Los resultados que se obtengan en este trabajo son propiedad del grupo que lleva a cabo la investigación de donde éste surge y de la Universidad EAFIT, según el reglamento de propiedad intelectual de la Universidad EAFIT [5].

## Bibliografía

- [1] VON DER FEHR, N-H. M., HARBORD, D., *Spot Market Competition in the UK Electricity Industry*. The Economic Journal (1993): 531-546.
- [2] GREEN, R., NEWBERY, D., *Competition in the British Electricity Spot Market*, Department of Applied Economics, Cambridge, UK, 1991.
- [3] VON DER FEHR, N-H. M., HARBORD, D., *Spot Market Competition and Long Term Contracts: The Case of a Deregulated Electricity Industry*, Department of Economics, University of Oslo, 1992.

- [4] FABER, N. X., VON DER FEHR, N-H. M., HARBORD, D., *Designing Electricity Auctions: Uniform, Discriminatory and Vickrey*, Institut D'économie Industrielle at Université de Toulouse, and University of Oslo, 2002.
- [5] Universidad EAFIT, *Reglamento de Propiedad Intelectual*, 2009.