

Aplicación del modelo Black-Litterman al mercado de Renta Variable colombiano

Susana Luna Ramirez*
Miguel Tamayo Jaramillo**

Tutor: Ph.D Diego Alonso Agudelo Rueda***
Grupo de investigación en Finanzas y Banca GYFB
Escuela de Economía y Finanzas

Universidad EAFIT

Agosto 10, 2015

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La asignación estratégica de activos para la conformación de portafolios óptimos es un tema central dentro de los estudios de inversiones en Mercados Financieros. Durante las últimas décadas se han desarrollado diferentes modelos matemáticos para elegir los portafolios óptimos según los intereses de cada inversionista.

Markowitz (1952) es el pionero en presentar un modelo conceptual como criterio de selección en las inversiones en portafolio eficientes mediante un proceso de optimización en términos del criterio de media-varianza de los activos financieros. En la práctica, dicho modelo presenta resultados poco intuitivos, poco diversificados, muy sensibles a los parámetros e inestables (Drobetz, 2001) pero es ampliamente utilizado. Black y Litterman (1990) ofrecen una respuesta a dichas limitaciones al tener en cuenta en el modelo las perspectivas de los inversionistas mediante estadística Bayesiana.

El modelo está definido matemáticamente de la siguiente manera.

Definición de los parámetros

- n número de activos
- k número de percepciones del mercado
- w peso de la capitalización en el mercado de equilibrio para cada activo
- Σ matriz de covarianzas de los activos

* correo: slunara@eafit.edu.co

** correo: mtamayo6@eafit.edu.co

*** correo: dagudelo@eafit.edu.co

- rf tasa libre de riesgo
- δ coeficiente de aversión al riesgo del portafolio
- τ medida de incertidumbre de la estimación de la media a priori

Para hallar el vector de retornos en equilibrio, Π , se usa la siguiente ecuación:

$$\Pi = \delta \Sigma w$$

Cuando la matriz de covarianzas Σ está generada por datos históricos, $\tau = \frac{1}{n}$ se especifican los valores de P , Ω y Q , las cuales son matrices relacionadas entre sí, que se forman a partir de las expectativas de retorno que tenga la persona a utilizar el modelo según las perspectivas elegidas.

Por ejemplo, la primera perspectiva está dada por la combinación lineal de las expectativas de retorno en la primera fila de P . Por otro lado, se asume que cada una de las perspectivas es independiente de los futuros retornos de las otras perspectivas, lo que implica que la matriz Ω sea diagonal:

- $P_{k \times n}$ matriz donde cada fila suma 0 si es una perspectiva relativa o 1 si es una perspectiva absoluta
- $Q_{k \times 1}$ vector de perspectivas de los activos
- $\Omega_{k \times k}$ matriz diagonal de la estimación de la media

Encontrado el vector de retornos en equilibrio, Π , se aplica la fórmula Black-Litterman (1990) que está dada por:

$$\hat{\Pi} = \Pi + \tau \Sigma P^T [(P \tau \Sigma P^T) + \Omega]^{-1} (Q - P \Pi)$$

Y con el mismo modelo matemático desarrollado por Black y Litterman (1990) se encuentra la varianza de la estimación de la media por medio de:

$$M = \tau \Sigma - \tau \Sigma P^T [P \tau \Sigma P^T + \Omega]^{-1} P \tau \Sigma$$

Debido a que se supuso que la incertidumbre en las estimaciones es independiente de la covarianza, la estimación de la covarianza se encuentra así:

$$\Sigma_p = \Sigma + M$$

Por lo tanto, los pesos del portafolio óptimo en la frontera eficiente es:

$$w = \hat{\Pi} (\delta \Sigma_p)^{-1}$$

Para resolver este tipo de problemas se requieren conocimientos en Estadística, Instrumentos financieros de Renta Variable y Programación Informática.

2. OBJETIVOS

2.1. General

Construir y gestionar portafolios óptimos del mercado financiero colombiano mediante el modelo Black-Litterman teniendo en cuenta la canasta del índice COLCAP.

2.2. Específicos

- Entender la teoría detrás del modelo Black-Litterman y su implementación computacional.
- Definir una metodología, con base en información pública, para la información de preferencias del inversionista.
- Construir los portafolios óptimos de activos teniendo en cuenta la recomposición y el rebalanceo periódico del índice COLCAP.
- Comparar el desempeño histórico de los portafolios óptimos encontrados con los portafolios óptimos del modelo CAPM, así como, contra un portafolio óptimo con base en rendimientos históricos teniendo en cuenta las medidas de rendimiento, razón de Sharpe y rentabilidad en exceso.

3. ANTECEDENTES

El modelo Black-Litterman (1990) desarrollado por Fischer Black y Robert Litterman hace dos contribuciones importantes al problema de asignación de activos incluyendo como punto de partida el portafolio de equilibrio de mercado y las percepciones de rentabilidad de los inversionistas.

Dada la riqueza teórica del modelo, el estado de arte ha cambiado significativamente desde su publicación. Satchell y Scowcroft (2000) introducen una expresión no Bayesiana al modelo y también incluyen un estocástico τ . Drobitz (2001) compara las implementaciones tradicionales de optimización de portafolios tales como el CAPM y las carteras por capitalización de mercado con el modelo Black-Litterman, concluye que esta técnica reduce los problemas asociados con la estimación de errores y que la composición de los portafolios es más intuitiva y presenta un menor grado de sensibilidad, esta comparación la realiza con los retornos mensuales del índice bursátil por capitalización de mercado Dow Jones STOXX de la eurozona. Giacommeti, et al (2007) computan el portafolio neutral mediante una distribución de pareto en vez de la normal descrita por Black y Litterman (1992), además usan múltiples medidas de riesgo como VAR y CVar.

En Colombia, Trujillo (2009) realiza una aplicación del modelo Black-Litterman a los fondos de pensiones obligatorias mediante la construcción del portafolio óptimos y León y Vela (2011) desarrollan una asignación estratégica de activos para el caso de reservas extranjeras. Para el caso colombiano no hay evidencia de investigaciones en revistas indexadas que tomen en cuenta el modelo Black-Litterman para la construcción de carteras óptimas de los mercados financieros, por ende, teniendo como punto de partida los trabajos anteriormente mencionados se pretende realizar una comparación con los modelos tradicionales y realizar un análisis de sensibilidad de las perspectivas de los inversionistas que reflejen las posibles ventajas del modelo para el mercado local.

4. JUSTIFICACIÓN

La elección del portafolio óptimo acorde al peso y tipo de activos es un tema ampliamente estudiado debido a la creciente oferta de diferentes tipos de inversión y a las variaciones en la liquidez de los mercados financieros. Esto da lugar a una búsqueda constante de nuevos y más sofisticados modelos matemáticos que permitan la asignación efectiva de los activos con un mejor desempeño que los modelos ya existentes.

En el caso colombiano el modelo Markowitz (1952) perteneciente a la Teoría Moderna de Portafolio ha sido el más utilizado tanto a nivel académico como empresarial en las últimas décadas pero a comparación de países desarrollados y con mercados financieros más maduros la implementación y gestión de modelos alternos a este ha sido poca.

El modelo canónico Black-Litterman (1990) adiciona las percepciones de los inversionistas sobre los activos que formarán parte de la cartera, un acercamiento intuitivo que usa la estadística Bayesiana para su formulación.

El fin de este proyecto es adecuar este modelo matemático al mercado colombiano, implementarlo computacionalmente de modo que se automatice la comparación con la canasta del COLCAP y sea posible la comparación de los dos modelos.

5. ALCANCE

El alcance de este proyecto es adecuar el modelo matemático Black-Litterman (1992) para el mercado de renta variable colombiano, comparando sus resultados con la cartera del COLCAP.

6. METODOLOGÍA

La realización de este proyecto tendrá diferentes fases. La primera fase consiste en entender la implementación y aplicación del modelo Black-Litterman, tomando como base diferentes textos de la literatura con sus respectivas modificaciones.

Después de entender la lógica del modelo se realizará su implementación en MATLAB (versión 2012b). Para ello se tomará como portafolio base para la estimación del modelo el índice COLCAP, tanto los datos mensuales de los rendimientos de los activos financieros como los datos de las perspectivas de los analistas se tomarán de la plataforma BLOOMBERG a partir de enero 2008 hasta julio 2015. Se hará una comparación entre los resultados obtenidos con el modelo implementado, los datos que brinda el índice de referencia y el modelo de Markowitz (1952). Además, este portafolio óptimo se rebalanceará trimestralmente para continuar con el mismo proceso realizado por el índice COLCAP.

Para realizar las comparaciones se utilizarán diferentes medidas tales como rendimiento, razón de Sharpe, α y rentabilidad en exceso, lo cual permite tener una percepción completa de los resultados.

7. CRONOGRAMA

Actividad	Duración	Semana Inicial
Revisión de la literatura	2 Semanas	1
Anteproyecto	2 Semanas	2
Adaptación del modelo a MATLAB	6 Semanas	4
Comparación con el mercado colombiano	10 Semanas	4
Reuniones semanales con el tutor	12 Semanas	3
Revisión y corrección del proyecto	1 Semana	15
Entrega final	1 Semana	16

8. PROPIEDAD INTELECTUAL

La presente investigación pertenecerá, bajo el concepto de derechos de autor, en igual porcentaje a los estudiantes Susana Luna Ramírez y Miguel Tamayo Jaramillo y al tutor Diego Alonso Agudelo Rueda.

9. REFERENCIAS

- Black, Fischer y Litterman, Robert (1990), *“Asset Allocation: Combining Investor Views with Market Equilibrium”*, Goldman Sachs Fixed Income Research Note, September, 1990.
- Black, Fischer y Litterman, Robert (1992) *“Global Portfolio Optimization”*, Financial Analysts Journal, Sept/Oct 1992.
- Drobitz, Wolfgang (2001). *“How to avoid the pitfalls in portfolio optimization? Putting the Black-Litterman approach at work”*, Financial Markets and Portfolio management, vol. 15, 2001.
- Giacometti, Rosella, Bertocchi, Marida, Rachev, Svetlozar T. y Fabozzi, Frank J. (2007) *“Stable distributions in the Black-Litterman approach to asset allocation”*, Quantitative Finance, 7:4, 423 - 433
- Markowitz, H (1952). *“Portfolio Selection”*, The Journal of Finance, 7 (1), 77-91.
- MATLAB and Statistics Toolbox Release 2012b, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.
- León, Carlos y Vela, Daniel (2011) *“Foreign reserves’ strategic asset allocation”*, Borradores de Economía Banco de la República de Colombia, Vol. 645, 2011.
- Satchell, Stephen y Scowcroft, Alan (2000) *“A Demystification of the Black-Litterman Model: Managing Quantitative and Traditional Portfolio Construction”*, Journal of Asset Management, Vol 1, 2, 138-150.
- Trujillo, Mateo (2009). *“Construcción y gestión de portafolios con el modelo Black-Litterman: Una aplicación a los fondos de pensiones obligatorias en Colombia”* (Tesis de maestría), Universidad de los Andes, Bogotá, 2009.